

## РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»

**Анотація.** У статті розглядається формування математичної компетентності учнів в процесі вивчення теми «Похідна та її застосування», а також розглянуто формулювання та розуміння математичної компетентності у педагогічній діяльності з позиції сучасних вітчизняних та закордонних дослідників.

**Ключові слова:** компетентність, математична компетентність, компетентнісний підхід, похідна та її застосування, найбільше і найменше значення функції.

**Постановка проблеми.** Стан сучасної освіти в Україні і тенденції розвитку суспільства вимагають нових системно організованих підходів до навчання. Школа бере на себе місію створення нового освітнього середовища, де панує атмосфера педагогічної творчості вчителів – однодумців, учнів і батьків.

Нове освітнє середовище передбачає й новий зміст освіти, нові технології навчання і виховання, розвиток інтелектуальних здібностей дітей, щоб вивести кожного школяра на виховання культури творчого мислення. Сьогодні школа має готувати не лише носія знань, а й творчу особистість, яка здатна використовувати здобуті знання для конкурентоспроможної діяльності у будь-якій сфері суспільного життя, тобто формувати компетентну особистість.

Для досягнення цієї мети передбачається вирішення багатьох завдань, одним з яких є забезпечення компетентнісного підходу.

Аналіз наукових джерел засвідчив, що питання компетентності з-поміж європейської спільноти постало давно, його вивченню та розробці присвятили роботи Ф. Вейнерт, Дж. Гуді, Ж. Делор, Дж. Карсон, Р. Кеган, Дж. Консант, Дж. Куллахан, У. Мозер, Т. Оатс, Ж. Перре, Дж. Равен, Д. Райхен, Л. Салганік, Г. Халлаш та ін. З-поміж вітчизняних науковців та учених найближчого зарубіжжя до питання компетентності зверталися О. Антонова, Л. Маслак, Н. Бібік, С. Бондар, С. Вітвицька, Н. Волкова, М. Головань, О. Дубасенюк, І. Зимня, І. Зязюн, В. Кальней, О. Пометун, Г. Селевко, Н. Сидорчук, Ю. Татур, А. Хуторський, Ф. Шаріпов, С. Шишов та ін.

**Мета статті.** Можливі шляхи формування математичної компетентності учнів в процесі вивчення теми «Похідна та її застосування».

**Виклад основного матеріалу.** Компетентнісний підхід в теперішній час є одним з напрямів оновлення вітчизняної системи базової та повної освіти. У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти дається тлумачення 3 понять: «компетентність», «ключова компетентність», «компетентнісний підхід». Школа формує різні компетентності, але ми зупинимося саме на формуванні математичних компетентностей.

Слід зазначити, що, на загальну думку дослідників, що займаються проблемами, пов'язаних з розвитком компетентнісного підходу, до теперішнього часу і в повній мірі не дано однозначного, загально визнаного тлумачення поняттям «компетентність» і «математична компетентність».

Математична компетентність, за С. Раковим – це вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень [3].

Л. Д. Кудрявцев стверджує, що математична компетентність являє собою інтегративну особистісну якість, засновану на сукупності фундаментальних предметні компетентності міжпредметні компетентності ключові компетентності 5 математичних

знань, практичних умінь і навичок, які свідчать про готовність і здатність учня здійснювати професійну діяльність [2, с. 12].

У працях Н. Г. Ходирової математична компетентність являє собою системну властивість особистості суб'єкта, що характеризує його глибоку обізнаність в предметній області знань, особистісний досвід суб'єкта, націленого на перспективність у роботі, відкритого до динамічного збагачення, здатного досягати значимих результатів і якості в математичній діяльності [4, с. 3].

Отже, математична компетентність – це інтегративне утворення особистості, що поєднує в собі математичні та загально навчальні знання, уміння, навички, досвід математичної та загальнонавчальної діяльності, особистісні якості, які обумовлюють прагнення, готовність і здатність розв'язувати проблеми і завдання, що виникають в реальних життєвих ситуаціях і потребують використання математичних методів розв'язування, усвідомлюючи при цьому значущість предмету і результату діяльності.

Шляхи формування математичної компетентності на уроках математики можуть бути різними: застосування інтерактивних технологій навчання, введення елементів історизму (повідомлення цікавих фактів з історії математики, розповідей про вклад вітчизняних вчених в розвиток науки), розв'язування прикладних задач, застосування методів проекту (метод проекту сприяє набуттю учнями цінного досвіду необхідного для розвитку та функціонування, як математичної компетентності, так і життєвої компетентності в цілому).

Згідно навчальної програми з математики для учнів 11 класу, вивчення тем «Похідна та її застосування», «Інтеграл та його застосування» завершує функціональну лінію курсу алгебри і початків аналізу. Під час їх вивчення основна увага повинна приділятися змісту понять, їх геометричному та фізичному тлумаченню [1, с. 9]. Саме через зміст понять похідної розв'язуються задачі прикладного характеру, спрямовані на формування математичної компетентності старшокласників, які демонструють застосування математичних знань в реальному житті.

Найбільш поширеними з теми «Похідна та її застосування» на уроках алгебри в старшій школі є прикладні задачі на пошук найбільшого та найменшого значення функції. Розв'язування прикладних задач вважаємо одним із ефективних шляхів формування математичної компетентності в школі. Тому для прикладу розглянемо задачі з даної теми та їх вплив на формування математичної компетентності учнів:

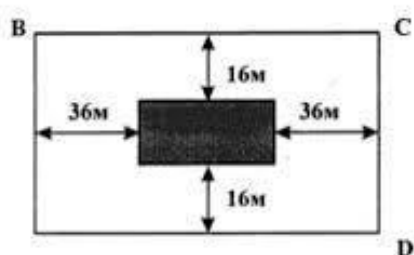


Рис. 4

*Задача 1.* Для будівництва будинку прямокутної форми, зображеного на плані (рис. 1.) темним прямокутником, з площею  $400 \text{ м}^2$  відведено ділянку у вигляді прямокутника, межі якої повинні знаходитись від будинку на відстані  $36\text{м}$  і  $16\text{м}$ . Які розміри потрібно надати будинку, щоб площа ділянки  $ABCD$  була найменшою?

*Розв'язання.*

В задачі необхідно визначити довжину і ширину прямокутника, що має площу  $400 \text{ м}^2$ , який розташований в середині площини прямокутника  $ABCD$ , так що площа прямокутника  $ABCD$  буде найменшою. Сторони прямокутників взаємно паралельні і відстоять одна від іншої на  $16\text{м}$  і  $36\text{м}$  відповідно.

Позначимо довжину прямокутника  $x$ , а ширину –  $y$ . Його площа  $xy = 400$ , звідки  $xy = 400$ . Площа прямокутника  $ABCD$  дорівнює

$$(72 + x)(32 + y) = (72 + x) \left( 32 + \frac{400}{x} \right).$$

Отже, маємо цільову функцію  $S(x) = (72 + x) \left( 32 + \frac{400}{x} \right)$ , де  $x > 0$ .

Дослідимо її на найменше значення. Знайшовши похідну функції  $S$  і розв'язавши рівняння  $32 - \frac{28800}{x^2} = 0$ , з'ясуємо, що дана функція, яка визначена на множині додатних чисел, має єдину критичну точку  $x = 30$ . Оскільки при переході через цю точку знак похідної змінюється з «-» на «+», то на основі достатньої умови існування екстремуму в точці, робимо висновок, що точка  $x = 30$  є точкою мінімуму функції  $S$ .

Виходячи з єдності такої точки на інтервалі  $(0; +\infty)$ , можемо стверджувати, що в ній функція  $S(x)$  набуває найменшого значення:  $S(30) \approx 4620$ .

Отже, для того щоб площа ділянки була найменшою, будинок повинен мати розміри  $30\text{м} \cdot 13\frac{1}{3}\text{м}$ .

*Відповідь:*  $30\text{м} \cdot 13\frac{1}{3}\text{м}$ .

Пропонуємо наступну прикладну задачу, геометричною моделлю якою є прямокутник, для самостійного розв'язування.

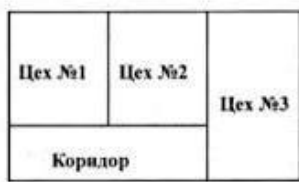


Рис. 5

**Задача 2:** Довжина всіх стін промислової будівлі (рис. 2), включаючи перегородки (капітальні), складає  $90\text{ м}$ . У будівлі розміщуються три цехи (№1, №2, №3) і коридор, довжина якого в 5 разів більша, ніж ширина. Ширина цеху №3 відноситься до довжини коридору, як  $3 : 5$ . Які повинні бути вибрані розміри будівлі, щоб сума площ трьох цехів була найбільшою?

*Вказівка.* Позначте ширину коридору  $x$ , тоді його довжина –  $5x$ , а довжина цеха №3 –  $3x$ . Ширину цеха №3 позначте  $y$ . Визначте суму довжин стін промислової будівлі, включаючи перегородки (капітальні). Врахуйте, що сума площ трьох цехів дорівнює різниці площі всієї будівлі і площі коридору.

В результаті одержите цільову функцію  $S(x) = 180x - 45x^2$ , де  $x > 0$ .

*Відповідь:*  $16\text{м} \cdot 12,5\text{м}$ .

Наступну задачу можна розв'язувати як на уроках алгебри, так і на уроках геометрії після вивчення теми «Об'єм циліндра».

**Задача 3:** Необхідно виготовити відкритий резервуар циліндричної форми, об'єм якого дорівнює  $64\pi\text{ дм}^3$ . При яких розмірах резервуару (радіуса основи та висоті) на його виготовлення витрачається найменша кількість металу?

*Розв'язання.*

Розглянемо через  $r$  (дм) – радіус основи резервуару. Оскільки об'єм циліндра  $V = \pi r^2 2h$ , де  $h$  – висота, то маємо  $64\pi = \pi r^2 h$ ;  $h = \frac{64}{r^2}$ , де  $r > 0$ .

На виготовлення резервуару витрачається така кількість металу  $S = \pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $\pi r^2$  – площа основи резервуару,  $2\pi r h$  – площа бічної поверхні. Оскільки  $h = \frac{64}{r^2}$ , то маємо  $S(r) = \pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{64}{r^2} = \pi \left( r^2 + \frac{128}{r} \right)$ .

Знайдемо найменше значення функції  $y(r) = \left( r^2 + \frac{128}{r} \right)$ , при умові  $r > 0$ .

$$y'(r) = 2r - \frac{128}{r^2} = \frac{2r^3 - 128}{r^2} = \frac{2(r^3 - 64)}{r^2}, \quad y'(r) = 0, \quad \text{коли}$$

$r = 4$ . Маємо  $r_{\min} = 4$  (рис. 3.).

Оскільки  $y(r) = r^2 + \frac{128}{r}$  неперервна для  $r > 0$  і має точку мінімуму  $r_{\min} = 4$ , о саме в цій точці і  $y(r)$ , а тому і  $S(r)$  досягає найменшого значення.

Отже, радіус основи циліндра дорівнює  $4\text{ дм}$ , його висота  $h = \frac{64}{4^2} = 4$  (дм).

*Відповідь:*  $4\text{ дм}, 4\text{ дм}$ .

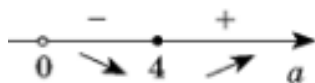


Рис. 6

Ці задачі є доволі складними для сприйняття і розуміння учнями, проте при розв'язуванні подібних задач ми демонструємо учням можливість застосування математики в реальних життєвих ситуаціях.

**Висновки.** При використанні прикладних задач в учнів покращується уява і вони з легкістю можуть розуміти зміст задачі. Такі задачі є важливим засобом мотивації до вивчення математики та формування математичної компетентності, вони стимулюють учнів до здобуття нових знань.

Таким чином формування математичної компетентності учнів має бути системним і може бути досягнуто за умови гармонійного поєднання різних форм та методів організації навчально-пізнавальної діяльності учнів.

#### Список використаних джерел

1. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. II. Профільне навчання / упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єрміна. – Х. : Вид-во “Ранок”, 2011. – 384 с. – (Факультативи та курси за вибором).
2. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л. Д. Кудрявцев. – М.: Наука, 1977. – 65 с.
3. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / С. А. Раков – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
4. Ходырева Н. Г. Становление математической компетентности будущего учителя при подготовке в педагогическом вузе / Н. Г. Ходырева // [http://borytko.nm.ru/papers/subject6\\_1/hodireva.htm](http://borytko.nm.ru/papers/subject6_1/hodireva.htm)

#### DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COMPETENCY OF STUDENTS IN THE PROCESS OF STUDYING THE SUBJECT “APPROACH AND ITS APPLICATION”

**Abstract.** *The article deals with the formation of mathematical competence of students in the process of studying the topic "Derivative and its application", and also discusses the formulation and understanding of mathematical competence in pedagogical activity from the point of view of modern domestic and foreign researchers.*

**Keywords:** *competence, mathematical competence, competence approach, derivative and its application, largest and smallest value of function.*

**Каріна Ткач**

#### ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ШЛЯХОМ ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

**Анотація.** *У статті розкрито важливість впровадження інтерактивних технологій на уроках математики.*

**Ключові слова.** *Математична компетентність, інтерактивні технології.*

**Постановка проблеми.** Застосування у навчанні математики інтерактивних технологій, дозволяє підняти на якісно новий рівень педагогічний процес, підвищити рівень навчальних досягнень учнів, забезпечує психолого-емоційний комфорт і подальшу соціальну адаптованість учнів, готовність реалізувати особисті якості в індивідуальній чи колективній діяльності, орієнтує на набуття ключових компетентностей. Інтерактивні технології навчання можуть бути використані на різних етапах уроку: під час первинного оволодіння знаннями, під час закріплення й удосконалення, під час формування вмінь та навичок. Їх можна застосовувати також як фрагмент заняття для досягнення певної мети або ж проводити цілий урок з використанням окремої технології. [5]

**Мета** даної публікації - теоретично обґрунтувати важливість впровадження інтерактивних технологій на уроках математики.