Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
Інститут математики фізики та технологічної освіти
Кафедра алгебри і методики викладання математики

Воєвода Аліна Леонідівна

ЗАЦІКАВИТИ МАТЕМАТИКОЮ

Методичні матеріали для підвищення інтересу до математики

Вінниця 2012

УДК [373.5.016:51](07)
ББК 74.262.21р30
В63

А. Л. Воєвода
В63 Зацікавити математикою: (методичні матеріали для підвищення інтересу до математики): Методичний посібник. – 2-ге вид., допов. і перероб. – Вінниця:,ФОП «Легкун В.М.», 2012. – 181с.

Рецензенти: Матяш О.І. – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри алгебри і методики викладання математики ВДПУ імені Михайла Коцюбинського;
Кадемія М.Ю. - кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри інноваційних та інформаційних технологій в освіті ВДПУ імені Михайла Коцюбинського.

У посібнику пропонуються методичні матеріали, які допоможуть учителям математики та студентам-практикантам активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів, сприятимуть поглибленню здобутих в межах шкільної програми знань з математики.

Розглядаються можливості підвищення інтересу до вивчення математики в різних аспектах, зокрема: на уроках математики, в позакласній роботі, в інтеграції математики та літератури

Посібник призначено для вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів. Вбачаємо активне використання методичних матеріалів студентами математичних спеціальностей педагогічних вищих навчальних закладів у процесі проходження педагогічної практики.

Рекомендовано до друку Вченою радою Інституту математики, фізики та технологічної освіти ВДПУ імені Михайла Коцюбинського.

Протокол № 5 від 14 грудня 2011 р.

ЗМІСТ

Передмова

Математику в число предметів викладання ще в першій половині IV ст. до н. е. ввів старогрецький філософ Платон. Видатний український і російський математик М. Остроградський розумів наскільки важливо для педагога вміти зацікавити предметом. Він писав: «І ми нічим не нехтуємо, щоб прищепити учневі смак, навіть пристрасть до навчання».

Застосування цікавих фактів з історії математики, софізмів на уроках математики можуть допомогти вчителям задовольнити пізнавальний інтерес учнів, розширити їх кругозір, підвищити рівень мотивації навчання математики.

Позакласна робота з математики створює сприятливі умови для розвитку здібностей учнів, формування наукового світогляду, любові до предмету, позитивних моральних якостей.

У посібнику наведено історичні задачі різних часів і народів, математичні софізми, короткий тлумачний словник математичних термінів. Для проведення позакласної роботи з математики під час проходження педагогічної практики студенти можуть скористатися поданими математичними фокусами, вікторинами, сценаріями вечорів.

Використовуючи історичні і біографічні матеріали, подані у посібнику, можна проводити різні види роботи:

1. Пояснення походження терміну, розповідь про першовідкривача формули, теореми або методу.
2. Бесіда, розв'язування історичної задачі.
3. Огляд життя і творчості видатних математиків.
4. Узагальнення і систематизація знань учнів за допомогою історичного огляду, в якому аналізується розвиток певної змістової лінії шкільного курсу математики.

Мета посібника – допомогти учителям та студентам глибше розібратись в окремих питаннях методики навчання математики (активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів, підвищення інтересу до математики на уроках у процесі вивчення конкретних тем шкільного курсу, позакласна робота з математики, інтеграція математики з іншими навчальними дисциплінами).

Англійський математик Дж. Літлвуд писав: «Моєю метою є зацікавлення, а не підвищення рівня знань читачів. Турбота про це є вже їхньою власною справою». Приєднуючись до цих слів, сподіваємось, що посібник допоможе вчителям урізноманітнити процес навчання математики, а студентам навчатися творчо і самостійно.

Розділ 1. ЕЛЕМЕНТИ ЦІКАВОЇ МАТЕМАТИКИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Цікавість у викладі матеріалу – необхідний засіб для пробудження і підтримання уваги, без якої викладання математики не може бути успішним.

М. Лобачевський

1.1. ЗАСТОСУВАННЯ ІСТОРИЧНОГО МАТЕРІАЛУ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Творець неевклідової геометрії М. Лобачевский, відомий також своїми педагогічними працями, вважав, що інтерес учнів до вивчення математики має формуватись різними способами, тому рекомендував застосовувати історичний підхід до викладання, причому для будь-якого навчального предмета, особливо, в старших класах. На його думку, це показує науку не лише в її минулому і сьогоденні, але в її перспективі. Таким чином, історія математики, підказує вчителю, як у процесі викладання матеріал з математики повинен пов’язуватися з практичними потребами вимірювань, розв’язування життʼєвих задач.

У навчальній програмі не вказано, які відомості з історії математики слід повідомляти школярам, у яких класах та в якому обсязі. Але буде корисним, вивчаючи, наприклад, формули скороченого множення, згадати, що стародавні греки їх доводили геометрично. В багатьох сучасних підручниках геометрії подається алгебраїчне доведення теореми Піфагора, але при цьому втрачається її геометричний зміст. Знайомлячи учнів з індійською (арабською) позиційною нумерацією, можна показати її перевагу перед римською чи слов'янською нумераціями тощо. Включення в зміст навчання математики елементів історизму сприятиме розумінню учнями, що математика – наука, в розвиток якої внесли свій вклад представники різних культур і народів.

В більшості діючих підручниках вміщено короткі історичні довідки виникнення і розвитку найважливіших понять, які розглядаються в шкільному курсі математики. Можна використати і [3; 6; 8; 21; 22; 23; 29].

Проводячи узагальнюючі бесіди на уроках математики в 7-9 класах, варто поступово розкривати прямі і зворотні зв’язки математики з іншими науками. Це створюватиме основу для усвідомлення учнями в 10-11 класах логічної структури математики, ролі абстрактного мислення в пізнанні дійсності. Систематичне, методично обґрунтоване введення в навчальний матеріал елементів історизму має сприяти підвищенню інтересу до математики, кращому, більш свідомому засвоєнню знань. Форма повідомлення історичних відомостей може бути різною: бесіда, довідка (3-

5 хв), розв’язування історичної задачі, презентація, реферат. Ефективність використання історизмів залежить від наявності в учителя глибоких математичних знань і чітких уявлень про те, яка їхня роль у формуванні в учнів наукової картини світу.

ЧИСЛО

Благословенні: матерія і просторінь,число і міра.

П.Тичина

Натуральні числа. Поняття числа виникло в найдавніші часи і було розвинуте багатьма народами протягом тисячоліть у зв’язку з запитами людства, які висували дедалі зростаючі вимоги до техніки лічби предметів.

Спочатку люди не вміли рахувати і запам’ятовували не загальну кількість предметів, а їх окремі ознаки (форму, розміри). Назви перших натуральних чисел з’явились понад 4 тисячоліття тому. Поняття «один» виділялось, бо людина бачила одне «Сонце», один «Місяць». Потім виникло поняття «два»: дві руки, дві ноги, два вуха, два крила. Тривалий час для лічби предметів використовували лише терміни «один» і «два», а все інше називали «багато»: багато дерев у лісі, зірок на небі. Таку ж роль відігравали слова «череда», «рій», «табун», «оберемок».

Найдавнішим «лічильним інструментом» були власні руки людини – десять пальців, на яких люди вчились рахувати. Роль одиниці відігравав вказівний палець. У стародавній російській нумерації перші десять цифр називали «перстами» – пальцями.

Першими позначеннями чисел були вузли на мотузці, зарубки на паличках, якими «записувались» боргові зобов’язання, а пізніше і податки. Паличку з нанесеними на ній надрізами (їх називали карбики на Поділлі, бірки на Київщині, цурки на Полтавщині) розколювали навпіл і віддавали одну половину боржнику, іншу – кредитору. При поверненні боргу обидві половини палички прикладали одну до одної, таким чином, перевіряючи правильність визначення сум, що мали повернути. В Англії цей спосіб запису податків існував ще донедавна.

Старогрецький математик Фалес Мілетський твердив, що число є система одиниць. Піфагорійці одиницю означали як те, з чого складено числа і не визнавали її числом. Аристотель зазначав, що число виникає із своєї міри, тобто одиниці. А одиниця – це те, чим рахують числа.

Одна з перших спроб дати означення натурального числа належить старогрецькому математику Евкліду: «Число – це безліч одиниць». Він не вважав нуль і одиницю числами, бо нуль – ніщо, а одиниця – «причина» числа (вперше одиницю визнав числом французький вчений Н. Орем у XIV ст.). Про «природний ряд» чисел йдеться у «Вступі до арифметики» (I ст. до н. е.) грецького математика Нікомаха. У VI ст. книгу переклав на латинську мову і переробив римський математик і письменник Боецій. У ній уперше введено термін «натуральне число», який лише у XVIII ст. став загальноприйнятим. Називаючи одиницю матір'ю всіх інших чисел, Боецій не вважав її числом. Фламандський математик С. Стевін називав число «мірою кількості деякої речі» і наголошував, що «одиниця подільна» (1585). Інше означення числа подав англійський вчений І. Ньютон (1707): «Під числом ми розуміємо не стільки безліч одиниць, скільки абстрактне відношення якої-небудь величини до іншої величини такого ж роду, взятої за одиницю». Воно зустрічається вже в азейбарджанського математика Насіреддіна Тусі (XIII ст.), який писав: «кожне з цих відношень може бути назване числом, яке визначається одиницею так само як, один з членів цього відношення визначається іншим з цих членів». Такі означення числа відбивають певну властивість чисел, але кожне з них не охоплює всього поняття в цілому, бо «математика може тільки показати …, які бувають числа, які їх властивості та як над ними можна і треба діяти» (О. Хінчин).

Сучасний український математик С. Клюйков вважає числа математичними моделями реального світу, придуманими людиною для пізнання кількісного розмаїття явищ світу.

Піфагорійці першими дали поняття парного і непарного числа, простого і складеного числа, розробили теорію подільності на два. Евклід довів, що за кожним простим числом слідує більше просте число, тобто найбільшого простого числа не існує.

В Європі ще у XV ст. нуль не вважали числом. Погляд на нуль як корінь рівняння, тобто, число, належить французькому вченому Н. Шюке (1484), але англійський вчений Дж. Валліс у 1697 р. вважав, що «нуль не є число». Швейцарський і російський вчений Л. Ейлер в «Універсальній арифметиці» (1768) відніс нуль до натуральних чисел.

Вперше в сучасному розумінні термін і поняття натурального числа зустрічається в французького математика Ж. Даламбера (1717-1783).

Дроби. Римський філософ Цицерон (І ст. до н. е.) говорив: «Без знання дробів ніхто не може вважати себе обізнаним в арифметиці».

Дріб (латинське fractura – від frango – розбивати, ламати) на багатьох мовах називається «ламаним (роздрібненим) числом». У стародавній Русі дроби називали і «частками».

Необхідність виконання практичних вимірювальних робіт, призвела до введення дробових чисел, У Древньому Єгипті ще 4 тисячі років тому використовували звичайні дроби, але лише з чисельником 1 (одиничні дроби) і такий дріб зображали, ставлячи крапку над знаменником. Інші дроби вони за допомогою спеціальних таблиць зводили до одиничних (наприклад, $\frac{5}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$). Вавилоняни (III тис. до н. е.) користувалися дробами, в яких знаменники були степенями числа 60. Дроби із знаменником 60 називали астрономічними, бо в багатьох країнах їх використовували в астрономії аж до XVII ст. І донині зберігся поділ години на 60 хвилин, хвилини на 60 секунд, градуса на 60 мінут, мінути на 60 секунд. Походження шістдесяткової системи числення вавилонян пов'язане з їх грошовою і ваговою одиницями, які поділялись на 60 рівних частин.

Стародавні римляни користувались одиницею вимірювання маси «асс», який також служив і грошовою одиницею. Асс ділився на 12 частин – унцій. З них складали дроби зі знаменником 12 – римські дванадцяткові дроби. Замість $\frac{1}{12}$ римляни говорили «одна унція».

Але довгий час дроби не вважались числами, їх намагались уникати (наприклад, Евклід). Архімед (III ст. до н. е.), не визнаючи дроби числами, все ж користувався ними. 2500 років тому давні греки вже виконували арифметичні дії над звичайними дробами. Герон (I ст.) застосовував дроби з будь-яким чисельником і знаменником (розглядав відношення натуральних чисел у вигляді дробу).

У трактаті «Математика в дев'яти книгах» (Китай, II ст. до н.е.) описано всі дії над дробами і скорочення дробів.

В Індії у V ст. запис звичайного дробу відрізнявся від сучасного лише відсутністю дробової риски. У Брахмагупти (628) зустрічаються одиничні дроби і дроби з будь-яким чисельником. Магавір ще у IX ст. ввів сучасне правило ділення числа на дріб, зазначавши, що ділення на нуль «не є ділення». Бхаскара II (1114) цілі числа записував у вигляді дробів зі знаменником 1.

Узбецький математик ал-Хорезмі (IX ст.) дроби зі знаменником від 2 до 9 називав такими, що вимовляються (вони в арабській мові мали назви), а інші – німими. Дроби в стародавній арабській математиці, на відміну від грецької арифметики, вважались такими ж числами, як і натуральні. Записували їх, як і індійці, вертикально.

Найдавнішою арифметичною пам'яткою Київської Русі вважається трактат «для охочих все добре засвоїти» монаха Кирика Новгородського «Порадник, як людині пізнати числення літ» (1136). Його розглядали як «підручник» для тих, хто цікавиться літочисленням, і як посібник для складачів Великодніх таблиць. У «Пораднику» Кирик використовував поняття циклічності часу, складні дроби тощо.

Італійський математик Леонардо Пізанський (Фібоначчі) в «Книзі про абак» (1202) використовував дробову риску і сучасний запис звичайних дробів, а в мішаному числі цілу частину записував справа, але читав його так як прийнято нині. Чіткий виклад учення про звичайні дроби дано в «Арифметиці» С. Стевіна (1585).

Терміни «чисельник» і «знаменник» використовував у своїх працях грецький математик М. Плануд (кінець XIII ст.). Термін «обернений дріб» з'явився в 1489 р. в праці німецького математика Я. Відмана «Швидка і красива лічба…». Терміни «звичайний дріб» ввів французький математик Ж. Траншан (1558), «правильний і неправильний дріб» – угорський математик Я. Зегнер (1747).

Скорочення дробів використовується в Європі з XII ст., але сам термін введено лише у XV ст. З XII ст. виконується і зведення дробів до спільного знаменника, а назва операції зустрічається у німецького математика Регіомонтана (1464).

Середньовічний математик Й. Неморарій (XII ст.) виконував ділення дробів за допомогою ділення чисельника на чисельник і знаменника на знаменник, доповнюючи для цього члени першого дробу множниками: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{acd}{bcd}:\frac{c}{d}=\frac{acd:c}{bcd:d}=\frac{ad}{bc}$. Німецький математик М. Штіфель у «Повній арифметиці» (1544) подав сучасне правило ділення на дріб як множення на дріб, обернений до дільника.

В праці «Загальний трактат про число і міру» (1556) італійський математик Н. Тарталья дав сучасний спосіб знаходження найменшого спільного знаменника. Німецький учений Х. Клавій (1585) сформулював правило ділення цілих чисел і дробів, довів твердження, що величина дробу не зміниться, якщо його чисельник і знаменник помножити на одне й те саме число. Голландський математик А. Жирар (1629) подав сучасне правило додавання звичайних дробів.

Найдавніший літературний твір, у якому згадуються звичайні дроби, – поема давньогрецького поета Гомера «Іліада». («Ночі дві частини пройшли і третя зосталась частина»).

Десяткові дроби відомі в Стародавньому Китаї з II ст. до н. е., проте ще й в середні віки вони не мали повної самостійності, а були пов'язані з метрологією. Китайський математик XIII ст. Чжу-Ші-цзе ввів термін *сяу-шу* – «десятковий дріб». В Європі термін «десяткові дроби» замість «десяткові числа» ввів Еленд (1724).

ал-Уклідісі в найбільш ранній з відомих нині арабських праць «Книга розділів про індійську арифметику» (953) висунув ідею десяткових дробів. Однак лише середньоазіатський математик і астроном ал-Каші в праці «Ключ до арифметики» (1427) ввів десяткові дроби, подав правила дій над ними і способи перетворення шістдесяткових дробів у десяткові й навпаки.

Він цілу і дробову частину писав в один рядок, або записував їх різними кольорами чи ставив між ними вертикальну риску.

В Європі перший нарис теорії десяткових дробів з'явився у XIV ст. (Иммануїл Бонфіс з Тараскона). Німецький математик П. Апіан наводить (з тією самою метою, що і сучасний учитель на перших уроках вивчення десяткових дробів) найпростіші випадки перетворення звичайних дробів у десятковий (1527): $\frac{1}{2}=\frac{5}{10};\frac{1}{4}=\frac{25}{100};\frac{1}{8}=\frac{125}{1000};\frac{1}{16}=\frac{625}{10000}$. У 1585 р. С. Стевін у праці «Десятина» перший в Європі (не знаючи про відкриття ал-Каші) виклав правила дій над десятковими дробами, запропонував ввести десяткову систему грошових одиниць, мір ваги. Для відокремлення цілої частини від дробової він ставив нуль у кружечку. Німецький астроном Й. Кеплер цілу і дробову частини став відокремлювати комою (1592), Х. Клавій – крапкою (1593). У зв'язку з бурхливим розвитком програмування нині в США та деяких інших країнах стає популярним використання крапки замість коми.

У Росії десяткові дроби вперше подав в своїй «Арифметиці» (1703) Л. Магніцький. Їм було відведено всього три сторінки, а звичайним дробам – всю другу частину книги. В російських підручниках другої половини XVIII ст. десяткові дроби розглядались вже ширше, але після звичайних дробів, коренів і логарифмів. В «Арифметиці» українського і російського математика В. Буняковського (1844) вперше десяткові дроби викладено паралельно з цілими числами перед звичайними дробами.

Перетворення звичайних дробів у десяткові і навпаки розглядав італійський математик Б. Кавальєрі (1643), у зв’язку з цим він першим в Європі став займатись періодичними дробами.

Вчення про неперервні (ланцюгові) дроби бере свій початок від старогрецьких учених Теета і Евкліда. Алгоритм утворення скінчених неперервних дробів описав у праці «Вінець системи» (1150) індійський математик Бхаскара ІІ. Термін «неперервні дроби» ввів Л. Ейлер (1723).

Від’ємні числа і операції над ними використовували ще у Вавилоні. В китайському трактаті «Математика в дев’яти книгах» (ІІ ст. до н. е.) додатні числа називали – «чжен», а від’ємні – «фу». Для додавання і віднімання чисел застосовували спеціальне правило «чжен-фу» (плюс-мінус). У праці вже розглядались рівняння з від’ємними коефіцієнтами.

Цікаві міркування висловлювали стародавні арабські вчені, говорячи про добутки додатних і від’ємних чисел: «плюс на плюс дає плюс» – «друг мого друга – мій друг»; «мінус на мінус дає плюс» – «ворог мого ворога – мій друг»; «мінус на плюс дає мінус» – «ворог мого друга – мій ворог»; «плюс на мінус дає мінус» – «друг мого ворога – мій ворог».

Давньогрецькі вчені не визнавали від'ємних коренів рівняння (наприклад, Діофант), намагалися, складаючи рівняння уникати від'ємних коренів. Давньоіндійські математики, навпаки, визнавали їх існування, пояснюючи додатні числа як нагромаджене майно, а від'ємні – як борг. Індійці вміли виконувати 4 арифметичні дії над від'ємними числами. Брахмагупта у віршованому трактаті «Перегляд системи Брахми» (628) виклав правила виконання арифметичних дій з цілими числами і при цьому припускав використання нуля. І все ж, незважаючи на такі незаперечні досягнення, навіть індійські вчені вважали, що «люди не схвалюють абстрактних від'ємних чисел». Математик і астроном Сходу Абу-л-Вефа (Х ст.) вперше в арабській літературі розглядав від'ємні числа теж як «борг». В Європі вони вперше з'явились у «Книзі про абак» (1202) Леонардо Пізанського (Фібоначчі) і розглядались як «борг», однак лише Н. Шюке і М. Штіфель у XV ст. явно почали оперувати від'ємними числами. Європейські вчені середньовіччя додатні числа називали «істинними», а від'ємні – «абсурдними», «хибними», «меншими, ніж ніщо». «Все в них навпаки: їх додавання зменшує суму, а віднімання – збільшує», – писав німецький математик М. Штіфель.

Італійський математик Дж. Кардано, розв'язуючи рівняння і системи рівнянь, вживав від'ємні («фіктивні») числа. Від'ємні корені рівняння французький вчений Декарт називав «брехливими». Він позначав додатні величини буквами, перед від'ємними – ставив знак «–». Французький математик Б. Паскаль називав число менше від нуля «безглуздим».

Навіть правильне геометричне тлумачення цих чисел як напрямлених координат, яке дав Декарт (1637), не призвело до їх повного визнання. Суперечки, в яких ще І. Ньютоні Л. Ейлер відстоювали право на існування від'ємних чисел, тривали ще понад 200 років. Завершили розробку теорії від'ємних чисел лише у XIX ст. Г. Грасман, М. Остроградський та ін.

Терміни «додатний» і «від'ємний» з'явились в Європі у XV ст. як переклад арабських термінів «мусбат» і «манфі» арабського математика ал-Кушчі на грецьку та латинську мови. Ці терміни і нині використовують в Туреччині, Ірані, Азербайджані та Середній Азії.

Раціональні числа (латинське *ratio* – розум, відношення, дослівно розумне число). Правила дій над раціональними числами вдосконалив італійський вчений Р. Бомбеллі (1572).

Ще 2500 років тому грецькі математики виявили, що потреби геометрії не забезпечуються звичайними дробами. Доведення про те, що не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнює 2, подано в Х книзі «Начал» Евкліда. На сучасній мові це означає, що $\sqrt{2}$ (який за теоремою Піфагора є довжиною діагоналі квадрата) є ***ірраціональне число***. Геометрично це означає: сторона і діагональ квадрата спільної міри не мають. Іншими словами, шукаючи відношення діагоналі і сторони квадрата, Піфагор та його учні (VI ст. до н. е.) довели, що його не можна подати як відношення двох натуральних чисел (ірраціональні числа не ввели). Першу кризи основ математики завершило вчення старогрецького математика Евдокса про несумірності (V книга «Начал» Евкліда). Доведення несумірності сторони і діагоналі квадрата – перше відоме в математиці доведення «від супротивного» (метод розробив Евдокс).

Ірраціональності, які виникали при розв'язуванні квадратних рівнянь, Евклід будував геометрично. Пошук розв’язання задачі про подвоєння куба привів до ірраціональностей вищого порядку. Старогрецький математик Феодор з Кірени (V ст. до н. е.) довів, що сторони квадратів, площі яких дорівнюють 3, 5, 6, 17 кв. од., несумірні зі стороною квадрата, тобто $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \ldots, \sqrt{17}$ – ірраціональні числа. У IV ст. до н. е. учень Феодора – Теетет створив першу теорію квадратичних і кубічних ірраціональностей.

У X-XII ст. арабські та індійські вчені ввели поняття ірраціональних чисел, перенесли правила дій з раціональними числами на дії з ірраціональними. Щоб позбутись ірраціональності в знаменнику, Бхаскара (XII ст) домножав чисельник і знаменник на той самий ірраціональний множник. У працях європейських математиків ірраціональні числа з’явились у XII ст. Їх називали «безголосими», «глухими», «такими, що не можна вимовити», але до XVI ст. не вважали «справжніми» числами.

У математиці термін «ірраціональний» (латинське *irrationalis* – нерозумний, нелогічний) вперше вжив англійський вчений Т. Брадвардін (1325). Сучасний термін (латинські *ir* – заперечення, *ratio* – відношення) ввів М. Штіфель (1544).

Р. Декарт у «Геометрії» (1637) подав геометричну інтерпретацію ірраціональних коренів рівняння (ірраціональні числа, як і раціональні, зображались точками на координатній площині).

Загальну теорію ірраціональних чисел створили у другій половині XIX ст. німецькі математики Р. Дедекінд, К. Вейєрштрасс, Г. Кантор та ін.

Термін ***«дійсні числа»*** ввів Р. Декарт (1637). Теорію дійсних чисел розроблено Р. Дедекіндом (1872). Вона тільки термінологією й окремими деталями відрізняється від теорії відношень Евдокса. Оригінальну теорію дійсних чисел запропонував український математик Є. Ремез (1939).

Комплексні числа. Вперше уявні величини з’явились у працях Дж. Кардано (1545) при розв’язуванні рівнянь другого і вищих степенів. В «Алгебрі» Р. Бомбеллі (1572) вперше подано найпростіші правила дій над ними. Уявними назвав комплексні числа Р. Декарт (не розглядав їх нарівні з дійсними). Вчений сформулював основну теорему алгебри: загальна кількість дійсних і уявних коренів алгебраїчного рівняння дорівнює його степеню. Її строго довів К. Гаусс (1799), а сформулював у загальному вигляді А. Жирар (1629): «Всі рівняння алгебри мають стільки розв’язків, скільки їх показує степінь вищої величини».

Геометричне тлумачення комплексних чисел і арифметичних дій над ними дали датчанин К. Вессель (1799), швейцарець Ж. Арган (1806) та ін. К. Гаусс (1831) зумів використати це тлумачення до розв’язування важких геометричних задач. Французький вчений Коші (1821) запис комплексного числа $a+bi$ назвав «алгебраїчна форма комплексного числа». Англійський математик У. Гамільтон (1833) розглядав комплексні числа як пари дійсних чисел з особливими правилами множення для значка i ($i=\sqrt{-1}$ – уявна одиниця, ввів Л. Ейлер (1794), i – перша буква французького *imaginaire* – уявний). Французький математик Л. Карно (1803) вперше вжив термін *«комплексне число»* (дослівно складене число), який замість терміну «уявні числа» стали використовувати завдяки працям К. Гаусса (1832). Ж. Арган (1814) вперше вжив термін «модуль комплексного числа». О. Коші ввів термін «спряжені комплексні числа» (1831). К. Вейєрштрасс першим став використовувати термін абсолютна величина і позначив її $|z|$ (1841).

Німецький вчений Г. Лейбніц називав комплексні числа «притулком божественного духу». Він заповів викарбувати на своїй могильній плиті знак $\sqrt{-1}$ як символ «між буттям і небуттям».

ЦИФРИ

Думка подавати всі числа не багатьма знаками, надаючи їм, крім значення за формою, ще значення за місцем, настільки проста, що саме через через цю простоту важкооцінитити, наскільки вона дивовижна.

П. Лаплас

Найдавніші відомі цифри належать вавилонянам і єгиптянам (ІІІ тис.

ЕВОЛЮЦІЯ ІНДІЙСЬКИХ ЦИФР

до н. е.). Римськими цифрами почали користуватися близько 500 р. до н.е. У 250 р. до н. е. індійський цар Ашок спорудив кам’яну колону, на якій і досі збереглися перші зображення індійських цифр. Однак легенда, і нині розповсюджена в Єгипті та Північній Африці, розповідає, що «арабські» цифри є винаходом арабського скляра-геометра. Він вважав, що дев'ятьом цифрам варто надати форму, яка відповідала б їхньому значенню, пропонуючи для цього фігури з відповідною кількістю кутів. В арабських країнах нині цифри позначають іншими знаками, тому сучасні цифри варто називати індійськими. Їх у X ст. ввів у європейську математику учений монах Герберт (Франція).

Вавилоняни, що жили в долинах Тигра і Єфрата, більше ніж за дві тисячі років до нашого літочислення застосовували першу в історії позиційну шістдесяткову систему числення. У V ст. до н. е. у них з’явився особливий знак для позначення нуля, який використовували, коли всередині числа не було одиниць якогось розряду. Птоломей (II ст.) символ 0 (*омікрон,* від слова *ουδεν – ніщо*) писав при відсутності числа.

Протягом двох тисяч років у Європі була поширена римська система нумерації. Для позначення чисел використовували 7 букв латинського алфавіту: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000. Натуральні числа записувались за допомогою повторення цих цифр.

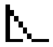
У VI ст. індіанці племені майя, що жили на півострові Юкатан (Мексика), розробили для календарних розрахунків двадцяткову систему числення (вважають, що основа системи числення майя число 20 має «пальцеве» походження). Майя позначали цифри різними зображеннями людського обличчя, а нуль – у вигляді порожньої раковини.

У V–X ст. в Індії була винайдена позиційна десяткова система числення, проте у постійний вжиток народів ця система була введена через багато століть після її відкриття. Узбецький математик ал-Хорезмі в книзі «Про індійську лічбу» (820) описав, як за допомогою цих дев’яти цифр і нуля можна записати будь-яке число, виконати «подвоєння» і «роздвоєння» (множення і ділення на 2), а також виконання чотирьох арифметичних дій та обчислення квадратного кореня. Найстаріший запис числа з нулем (латинське *нюллюс* – ніякий), знайдений в Індії, датовано 876 роком.

Завдяки першим друкованим математичним книгам італійця Л. Пачолі в другій половині XV ст. арабські цифри (запозичені у індусів) здобули загальне визнання. У XVII ст. їх вже використовували для нумерації сторінок у книжках, деяких друкованих та рукописних працях, на золотих монетах.

Герберт, ставши главою римо-католицької церкви (папа Сильвестр II, 999), здійснив реформу викладання математики і запровадив десяткову систему числення, в якій зручно було виконувати 4 арифметичні дії з довільними натуральнами числами. На початку XVII ст. ця нумерація з'являється і в Росії, але церква вважала її безбожною і забороняла. Закріпилась десяткова система після появи першого в Росії підручника «Арифметика» (1703) Л. Магніцького, бо в ньому для обчислень використовувалась лише ця система числення.

ЗНАКИ АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ

Давні єгиптяни (робили записи справа наліво) використовували як знак додавання малюнок двох ніг, що рухалися вперед , а як знак віднімання – малюнок ніг, що рухалися назад . Спеціальні знаки для додавання та віднімання були в стародавніх вавилонян і греків, пізніше у індійських і арабських учених.

Знаки «+» і «–» ввів німецький математик Я. Відмана (1489). В XVII ст. вони стали загальноприйнятими, хоч поряд із знаком «–» використовувався і знак «$\div$». А. Жирар (1626) ввів знак «$\pm$». Значення «+» і «–», як знаків дій чи додатних і від'ємних чисел стали чітко розрізняти лише з 1800 р.

Ймовірно, що знак «+» утворився з останньої букви латинського слова et (сполучник «і»). Інші вважають, що знаки «+» і «–» виникли з торговельної практики. Виноторговці позначали кількість мір проданого з бочки вина рисочками. Доливаючи вино в бочку, вони перекреслювали стільки рисочок, скільки мір вливали.

Тривалий час для позначення множення використовували букву M, а для ділення – D. Знак множення «$\times$» ввів англійський вчений У. Оутред (1631). Його використовували і для ділення дробів, бо при цьому обчислення виконували навхрест: чисельник першого дробу множили на знаменник другого. Англійський математик Т. Гарріот використовував крапку як знак множення (1631). Двокрапку як знак ділення вперше вжив Г. Лейбніц (1684).

У підручнику німецького математика А. Різе «Арифметика» (1522) було введено сучасний спосіб множення. Таблиця множення вперше подана в праці Я. Відмана «Швидка і красива лічба …» (1489).

У середні віки дію ділення вважали дуже складною, і тому, хто вправно вмів ділити, присуджували вчений ступінь «магістр ділення». Навіть папу римського Сильвестра II церковники звинувачували у вмінні виконувати ділення будь-яких чисел. Це було для них незаперечним свідченням того, що він продався сатані. Аж до XV ст. числа ділили методом послідовного віднімання. Сучасний спосіб ділення, описаний вперше в італійському рукописі (1460), називали «золотим діленням».

Термін «множник» уперше зустрічається в Боеція (VI ст.). Термін «ділене» і «дільник» уперше з’явились у Герберта (X ст.). Леонардо Пізанський (Фібоначчі) ввів термін «частка» та найстаріший із сучасних знаків ділення – горизонтальну риску (1202). Терміни «зменшуване» і «від’ємник» ввів німецький математик Х. Вольф (1710).

ДОПОМІЖНІ ЗНАКИ

Сучасний знак рівності «$=$», який ввів у 1557 р. англійський лікар і математик Р. Рекорд, став загальновживаним лише у XVIII ст. Вчений вважав, що ніякі два предмета не можуть бути між собою рівнішими, ніж два паралельних відрізки.

За аналогією зі знаком рівності Р. Рекорда, Т. Гарріот (1631) ввів знак «$\neq$» і знаки нерівності: якщо дві величини не рівні, то відрізки в знакові рівності, вже не паралельні, а перетинаються. Перетин може бути справа (>, більше), або зліва (<, менше). Англійський математик Дж. Валліс ввів знаки «$\geq$» – більше або дорівнює, «$\leq$» – менше або дорівнює (1670).

Н. Шюке в праці «Наука про число» (1484, опубліковано 1848 р.) вираз, який треба було взяти в дужки, підкреслював горизонтальною рискою. Термін «дужки» (німецьке *Klammer*) ввів Л. Ейлер. Круглі дужки ( ) вперше використав Н. Тарталья (1556), а квадратні $[\ ]$ – Р. Бомбеллі (1572). У працях французького математика Ф. Вієта вперше зустрічаються фігурні дужки $\{\ \}$ (1593). Дужки почали широко використовувати лише у XVIII ст. Правила розстановки дужок ввів німецький математик Ф. Шредер (1873).

Поняття квадратного і кубічного коренів були відомі у Вавилоні та Стародавньому Єгипті. В Європі у XIII ст. позначали корінь латинським словом *Radix* – скорочено R. Н. Шюке писав: $R^2 5$ ($\sqrt{5}$). Німецькі математики XV-XVI ст. позначали квадратний корінь крапкою перед числом (виразом). З часом крапки замінили рисками, які пізніше перетворились у символ . Один такий символ перед числом означав квадратний корінь, два таких знаки – корінь четвертого степеня, а три – кубічний корінь. Знак кореня $\vee$ ввів чеський математик К. Рудольф (1525). Позначення $\overset{2}{\vee}$, $\overset{3}{\vee}$, введене А. Жираром (1626), поступово витіснило знак R. Однак, ще довгий час писали $\vee\overline{a+b}$. Декарт(1637), з’єднавши знак кореня з горизонтальною рискою, ввів сучасний знак кореня $\sqrt{\ }$.

ВІДСОТКИ

Ще у Стародавньому Вавилоні (початок II тис. до н. е.) мали місце розрахунки процентів (відсотків) по боргам. В Індії відсотки були відомі з V ст. Першу таблицю відсотків в Європі опублікував С. Стевін (1584). Знак відсотка, який зустрічається в італійських рукописах XIV ст., є скорочення виразу *«per 100»* («пер центо» – на сто). У «Комерційній арифметиці» (1685) внаслідок помилки (друкар скорочення «cto» прийняв за дріб) воно набуло вигляду $\frac{\circ}{\circ}$. Знак % стали використовувати в середині XIX ст. з типографських міркувань.

З часом люди навчились добувати речовини, компоненти яких становлять тисячні долі відсотка від маси самої речовини. Для зручності запису ввели нову величину, в якій визначають солоність води, нахил річки і рейкових шляхів у підземних виробках тощо – проміле (‰).

1‰ = 10^{-3} = 0,001 = 0,1%.

ПРОПОРЦІЇ І ПРОПОРЦІЙНІСТЬ ВЕЛИЧИН

Ідею подання частин цілого в одних і тих же частках застосовували вже у Вавилоні – шістдесяті частини чисел, тобто, шістдесяткові дроби.

Теорія пропорцій розроблялась старогрецькими математиками. У IV ст. до н. е. Евдокс Кнідський завершив побудову загальної теорії пропорцій (латинське *proportionalis* – такий, що перебуває в певному відношенні до деякої величини) та довів основну властивість пропорції. Вчення про відношення і пропорції піфагорійці називали музикою і вважали галуззю математики.

Сучасне означення пропорції належить італійському математику XV ст. Б. Цамберті. Сучасний запис пропорції $a:b=c:d$ ввів Лейбніц (1708).

Золотий перетин (поділ) був відомий ще Евкліду (III ст. до н. е.), але сам термін увів італійський художник і вчений Леонардо да Вінчі. На практиці найчастіше застосовують наближений золотий перетин (поділ), досліджений у XII ст. Леонардо Пізанським (Фібоначчі), і названий на його честь. Це такі співвідношення, де кожне наступне число є сумою двох попередніх: 3:5; 5:8; 8:13; 13:21 і т. д. Властивостям золотого поділу та пропорцій в архітектурі і будові людського тіла Пачолі (1498) присвятив працю «Про божественну пропорцію», ілюстрації до якої виконав італійський художник і вчений Леонардо да Вінчі.

У математиці дві величини утворюють «золотий перетин», якщо відношення їх суми і більшої величини дорівнює відношенню більшої і меншої величин. Це відношення позначають грецькою буквою φ.

Число $\varphi = \dfrac{a+b}{a} = \dfrac{a}{b}$ іноді називають «золотим» числом.

Нехай $a+b=1$, $a=x$. Тоді $1:x=x:(1-x)$, звідки $x^2 + x - 1 = 0$, $x = 0{,}5(\sqrt{5} - 1)$.

Отже, $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180339887...$

БУКВЕНА СИМВОЛІКА

В «Арифметиці» старогрецького математика Діофанта (ІІІ ст.) вперше з'явилась буквена символіка і спеціальні позначення для степенів аж до шостого степеня. Невідому величину вчений називав $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma$ (з грецької – число) і позначав літерою ς, а квадрат невідомої – δ (скорочено від $\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\iota\varsigma$ – степінь). У праці введені позначення для від'ємних степенів, від'ємних чисел, а також знак рівності, стислий запис правил множення цілих чисел.

В XV ст. ал-Каші a^4 називав квадрато-квадрат, a^5 – квадрато-куб, a^6 – кубо-куб, a^{16} – квадрато-квадрато-кубо-кубо-кубо-куб. У своїх працях він вперше подав рівність $a^n \cdot a^0 = a^n$. Незалежно від нього одночасно нульовий показник ввів Н. Шюке. М. Штіфель запропонував рівність $a^0 = 1$ і ввів термін термін «показник» (латинське *exponens)*. Від’ємні показники ввів М. Штіфель у книзі «Повна арифметика» (1544). Слідом за Н. Оремом, дробові показники степеня ввів С. Стевін.

Ф. Вієт розглядав алгебру як «мистецтво, що дає змогу добре робити математичні відкриття». Розроблена ним у 1591 р. символіка, в якій крім символів змінних, уперше вводилися символи для довільних величин, тобто параметрів, дала можливість виражати рівняння та їх властивості загальними формулами. Об’єктами математичних операцій у алгебрі Вієта були не числові задачі, а самі алгебраїчні вирази. Вчений увів термін «коефіцієнт». Символіка Вієта дуже відрізнялась від сучасної (наприклад, вираз x^3 записували $A\ cubus.$) і була вдосконалена його послідовниками. Остаточного вигляду буквеній символіці надав Р. Декарт (1637), однак його алгебра, на відміну від алгебри Вієта, мала завжди один основний елемент – лінійний відрізок. Фактично в Декарта дійсне число виступало як відношення будь-якого відрізка до одиничного, хоча сформулював таке означення числа І. Ньютон. Декарт ввів сучасні позначення змінних і шуканих величин (*x*, *y*, *z*), буквених коефіцієнтів (*a*, *b*, *c*), позначення степенів $a^2, a^3, ..., a^n$. Згодом декартові позначення степенів використали для від’ємних і дробових показників Дж. Валліс та І. Ньютон (1676). Голландський математик Й. Гудде перший позначив буквами додатні і від’ємні коефіцієнти рівнянь (1657).

РІВНЯННЯ. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

Стародавнім єгиптянам деякі методи розв'язання рівнянь відомі ще з II тис. до н. е. У збережених математичних папірусах є не лише задачі, що розв'язуються за допомогою рівнянь першого степеня з одним невідомим, а й задачі, що призводять до рівнянь виду $ax^2 = b$. Ще складніші задачі вміли розв'язувати математики Вавилону (2000–1700 рр. до н. е.), зокрема, квадратні й біквадратні рівняння, системи рівнянь з двома невідомими і навіть найпростіші кубічні рівняння. Вавилоняни як і єгиптянини не використовували буквених позначень, а наводили розв'язки типових задач, які супроводжувалися вказівкою «Роби, як робиться, і ти дістанеш правильне».

З VI ст. до н. е. старогрецькі математики висловлювали всі алгебраїчні твердження в геометричній формі – замість додавання чисел виконували додавання відрізків, добуток двох чисел розглядали як площу прямокутника, добуток трьох чисел як об'єм прямокутного паралелепіпеда. Так з'явились терміни «квадрат числа» (добуток величини на себе), «куб числа». Вони розв'язували квадратне рівняння геометрично, шукаючи сторони прямокутника за заданими периметром і площею. Такий підхід до задач алгебри обмежував розвиток науки.

Діофанту належить постановка і розв'язування задач, які зводились до невизначених рівнянь та систем рівнянь, у тому числі до систем, де кількість рівнянь менша кількості невідомих. Для таких рівнянь Діофант шукав лише додатні раціональні розв'язки.

Китайські математики розробили метод послідовного виключення невідомих для розв'язання систем лінійних рівнянь (152 р. до н. е.).

З VI ст. центр математичних досліджень переходить в Індію та країни Близького Сходу і Середньої Азії. Алгебра вже розглядалась як самостійна галузь математики, що займається розв'язуванням рівнянь. У IX ст. узбецький математик і астроном ал-Хорезмі в трактаті «Китаб аль-джебр валь-мукабала» дав загальні правила розв'язання рівнянь першого степеня. Слово «аль-джебр» (відновлення), від якого походить назва алгебри, означало перенесення від'ємних членів рівняння з однієї частини в іншу зі зміною знака. Леонардо Пізанський (Фібоначчі) у «Книзі про абак» (1202) перший в Європі дав відомості з алгебри (до квадратних рівнянь включно).

Пошуки розв'язування рівнянь третього і четвертого степенів почались ще в Стародавній Греції. Вчені Сходу вміли розв'язувати деякі кубічні рівняння, хоча не мали загальної формули для їх коренів. Геометричні задачі, що призводять до розв'язування рівнянь третього степеня, вперше зустрічаються в китайського астронома і математика Ван Сяотуна (VII ст.).

Виклад методів розв'язування рівнянь четвертого і вищих степенів дано в працях китайських математиків XIII-XIV ст. Цзінь Цзю-шао, Ян Хуэя та ін.

Перше значне досягнення європейських математиків XVI ст. належить італійцям С. дель Ферро, Н. Тартальї та Дж. Кардано. Тарталья розв'язав у радикалах деякі типи неповних кубічних рівнянь (1535). Після довгих умовлянь, давши клятву про нерозголошення «великого алгебраїчного секрету», Кардано отримав (у віршованій формі) від Тартальї його спосіб розв'язування. Він зумів узагальнити цей спосіб і поширив його на розв'язування в радикалах повних кубічних рівнянь, знайшовши лінійне перетворення коренів, яке зводило повне кубічне рівняння до виду, вільного від члена другого степеня. У 1545 р. вийшла праця Дж. Кардано «Велике мистецтво, або про алгебраїчні правила», в якій, з посиланням на Тарталью, подано правило розв'язування кубічного рівняння (формула Кардано) та спосіб розв'язування в радикалах рівнянь четвертого степеня, знайдений його учнем Л. Феррарі. Розвиваючи результати Кардано, Вієт відкрив, названу його ім'ям теорему про співвідношення між коренями і коефіцієнтами многочлена. Окремим випадком цієї залежності є теорема Вієта для квадратних коренів. Ф. Вієт вивів формулу коренів квадратного рівняння (1591).

У праці «Практика аналітичного мистецтва…» (1631) Т. Гарріот, записуючи рівняння, у лівій частині прирівнював його до нуля. Він першим помітив, що число коренів рівняння визначається його степенем, а ліва частина рівняння повинна розкладатися на таке ж число лінійних множників. С. Стевін увів від'ємні корені рівняння, сформулював умови існування кореня на даному інтервалі (1585). А. Жирар у праці «Нове відкриття в алгебрі» (1629) розглядав від'ємні («розв'язки з мінусом») та уявні («приховані») корені рівнянь. Він першим став вважати нуль коренем рівняння, тобто числом.

У XVIII ст. для розв'язку систем лінійних рівнянь виведені формули, які дозволяли виразити розв'язок через коефіцієнти і вільні члени.

АРИФМЕТИЧНА ТА ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЇ

У II тис. до н. е. в клинописних таблицях вавилонян, єгипетських папірусах, китайській праці «Математика в дев'яти книгах» подано задачі на арифметичну та геометричну прогресії і вказівки до їх розв'язуваня. Перші теоретичні відомості, що до нас дійшли, про прогресії та їх суми зустрічаються в працях давньогрецьких математиків. Їм були відомі формули суми n перших членів послідовності натуральних чисел $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$, парних чисел $2+4+6+...+2n=n(n+1)$, непарних чисел $1+3+5+...+(2n+1)=(n+1)^2$. У праці «Псамміт» («Підрахування піщинок») Архімед співставив арифметичну прогресію *1, 2, 3, 4, 5, ...* з геометричною 10, 10^2, 10^3, 10^4, ... Вчений стверджував: якщо в геометричній прогресії перемножити два будь-яких члени, що стоять на місцях з номерами a та b, то одержимо член прогресії, який стоїть на місці з номером $a+b$, наприклад: $10^3 \cdot 10^5 = 10^{5+3} = 10^8$, тобто для множення двох членів геометричної прогресії достатньо додати відповідні члени арифметичної прогресії і поставити одержану суму показником степеня з основою *10*. Архімед сформулював і довів теорему про суму квадратів членів арифметичної прогрессії.

Назви «арифметична» і «геометрична» перенесені на прогресії з теорії неперервних пропорцій, які вивчали стародавні греки. Так, неперервною геометричною пропорцією вони називали відношення $a:b=b:c$, в якому числа a, b, c утворюють геометричну прогресію з знаменником $\sqrt{\frac{c}{a}}$. У неперервній арифметичній пропорції $a-b=b-c$ числа a, b, c утворюють арифметичну прогресію з різницею $\frac{c-a}{2}$.

Індійський математик Аріабхата (V ст.) знав формули загального члена і суми членів арифметичної прогресії. Правило знаходження суми членів арифметичної прогресії в Європі вперше подав Леонардо Пізанський (Фібоначчі) у «Книзі абака» (1202). Шюке у «Науці про числа» (1484) ввів загальне правило для обчислення суми нескінченної спадної геометричної прогресії. Суму членів нескінченої геометричної прогресії за допомогою граничного переходу обчислив бельгійський математик А. Таке (1656).

ФУНКЦІЯ

Перші кроки на шляху творення загального поняття функції зробили математики Вавилону. Старогрецькі вчені розв'язали деякі задачі на найбільше і найменше значення, встановили співвідношення між довжинами хорд і діаметрів кола тощо, однак поняття функції не ввели.

Н. Орем у праці «Про конфігурацію якостей і рухів» (до 1370) розвинув ідею функціональної залежності (спеціальний графічний метод вираження відношень між фізичними об’єктами).

П. Ферма (XVII ст.) одночасно з Р. Декартом, але незалежно від нього, встановив відповідність між алгебраїчними рівняннями з двома змінними та їх графіками на площині, де задана система прямокутних координат.

Учений розглядав графіки загального лінійного рівняння, рівняння кола, гіперболи $yx = a$ (лише її вітку в I квадранті) та ін. Метод координат почав широко застосовуватися для графічного дослідження функцій. Важливим кроком у розвитку математики стало встановлення залежності між лініями (графіками) і рівняннями (формулами), які їм відповідають.

У XVII ст. в поняття функції вкладався геометричний зміст (Г. Лейбніц функцією називав відрізок, довжина якого змінюється за певним правилом) і механічний (І. Ньютон досліджував залежність шляху і швидкості – функції від часу). У 1718 р. швейцарський математик Й. Бернуллі звільнив означення функції від геометричної мови. Він задавав функцію формулою, яка одну змінну величину пов'язувала з другою, відповідною їй. Однак функцію не можна ототожнювати з формулою, якою її задано, позаяк є функції, які на різних проміжках області визначення задаються різними формулами, і функції, що задаються однаковими формулами, але мають неоднакові області визначення.

На початку XIX ст. французький математик Ж. Фур'є довів, що будь-яку довільно накреслену лінію, складену з відрізків дуг різних кривих, можна задати єдиним аналітичним виразом. До сучасного шкільного означення функції наблизився російський математик М. Лобачевский, розглядаючи її як залежність між двома змінними (1834). Це означення уточнив німецький математик П. Діріхле (1837), наголосивши, що «немає значення, як встановлена ця відповідність – аналітичною формулою, графіком, таблицею чи просто словами». Л. Ейлер дав означення функції як аналітичного виразу та спосіб задання функції формулою (1755).

Прообразом табличного способу задання функції можна вважати таблиці квадратів і кубів стародавніх вавилонян, близькосхідні таблиці тангенсів і котангенсів і т. п.

Сучасна математика поняття функції не пов'язує зі змінною величиною, а означає його через відповідність чи через відношення.

Термін «функція» (латинські *functus* – виконувати, *functio* – функція, дія) належить Г. Лейбніцу (1692). Л. Ейлер позначив функцію $f(x)$ (1747).

СИСТЕМА КООРДИНАТ

Вважають, що по суті ідеєю координат вже у III ст. до н. е. володіли Архімед, Аполлоній. Гіпарх (200 р. до н. е.) ввів географічні координати(широту і довготу) для визначення положення точки на земній поверхні.

Герон (I ст.), даючи у праці «Про діоптр» (знайдена в 1814 р.) правила земельної зйомки, фактично використав прямокутні координати. Такі ж координати, для зручного знаходження своїх легіонів, стародавні римляни застосовували при облаштуванні військового табору.

Н. Орем (XIV ст.) уперше застосував ідею Гіпарха в математиці. Він задав положення точок на площині широтою і довготою, що відповідали поняттям абсциси і ординати. Значні можливості використання ідеї Гіпарха були розкриті у XVII ст. у працях П. Ферма і Р. Декарта. Попри те, що Ферма (1635) на рік раніше, ніж Декарт і більш систематизовано виклав координатний метод, ввів прямолінійні координати, сучасну систему координат називають *декартовою*.

Птолемею (II ст.) належить книга про три виміри, в якій він уперше говорить про три прямокутні осі – прообраз сучасної системи координат.

Для тривимірного простору координатний метод застосував Л. Ейлер. Й. Бернуллі (1715) ввів просторові координати x, y, z, як перпендикуляри на три взаємно перпендикулярні площини.

Французький математик Ф. де Лагір ввів термін «початок координат» і його позначення буквою O (1679). Формули перетворення прямокутних координат у полярні вивів шотландський вчений Дж. Грегорі (1700).

ЛОГАРИФМИ

Принцип, покладений в основу будь-якої системи логарифмів, відомий ще математикам Вавилону (близько 2000 р. до н. е.).

У «Арифметиці цілих чисел» (1544) М. Штіфель вперше для спрощення обчислень зіставляв геометричну і арифметичну прогресії. Але це були лише перші кроки на шляху, який привів швейцарського математика І. Бюргі і шотландського математика Дж. Непера до створення логарифмів. Дж. Непер відкрив їх у 1594 р. і назвав їх «штучними числами». У праці «Опис чудесних таблиць логарифмів» (1614) вчений виклав означення і властивості логарифмів, дав опис таблиць, правила користування ними і приклади застосування. Складаючи таблиці, Непер виходив з порівняння арифметичної і геометричної прогресій, причому члени арифметичної прогресії назвав логарифмами (грецькі $\lambda o \gamma o \varsigma$ – вчення, розум, відношення, $\alpha \rho \iota \vartheta \mu o \varsigma$ – число, лічба, номер, тобто «співвіднесені числа»), яким у геометричній прогресії відповідають певні числа. Таблиці призначались для знаходження логарифмів синусів і тангенсів, але їх можна було використати для знаходження логарифмів натуральних чисел. Непер не використовував ніяких символів для позначення логарифмів.

Ідея десяткових логарифмів виникла в англійського вченого Г. Брігса після ознайомлення з таблицями Непера. У 1617 р. Брігс опублікував восьмизначні таблиці десяткових логарифмів і не лише синусів, а й самих чисел (від 1 до 1000, з чотирнадцятьма знаками). Він уточнив означення логарифма, наблизивши його до сучасного, показав, що логарифм одиниці дорівнює нулю. В його «Логарифмічній арифметиці» (1624) подано таблиці десяткових логарифмів чисел 1-20000, 90000-100000. Голландець А. Влакк (1628) завершив працю Г. Брігса і видав десятизначні таблиці десяткових логарифмів чисел від 1 до 100000. Перші безпомилкові таблиці Бремівера надруковані у Берліні лише у 1857 р.

Заняття астрономією привели швейцарського математика і механіка Й. Бюргі незалежно від Непера до відкриття логарифмів. «Арифметичні й геометричні таблиці прогресій» Бюргі (1603-1611, надруковані в 1620 р.) по суті були таблицями антилогарифмів з основою, близькою до числа *е*. Англійський математик Дж. Спейдель у праці «Нові логарифми» (1619) подав перші таблиці натуральних логарифмів чисел від 1 до 1000. У 1639 р. Б. Кавальєрі видав книгу «Сто різних задач для демонстрування корисності й легкості застосування логарифмів у тригонометрії, астрономії, географії». У Росії вперше таблицю логарифмів синусів і тангенсів видано в 1703 р. за участю Л. Магніцького.

Сучасне означення логарифмування, як операції, оберненої до піднесення до степеня, вперше з'явилось у Дж. Валліса і Й. Бернуллі. Л. Ейлер першим поширив логарифмічну функцію на комплексні числа. Термін «характеристика» (з грецької – риса, особливість) для позначення цілої частини десяткового логарифма і знак логарифма $\log$ введено Г. Брігсом. Німецький математик Н. Меркатор ввів терміни «натуральний логарифм», «модуль переходу» (1668), Л. Ейлер (1748) – терміни «основа логарифма», «мантиса» (з латинської – додаток. придаток) для позначення десяткових знаків логарифма.

ПОХІДНА

Поняття похідної, необхідне для розв’язання деяких задач фізики, механіки і математики, виникло у XVII ст. Розв’язання задач на визначення швидкості прямолінійного нерівномірного руху виклав Ньютон у трактаті «Метод флюксій і нескінченних рядів» (1671, надруковано у 1736 р.). Він функцію називав флюентою (латинське *fluere* – текти), а похідну – флюксією. Цю термінологію і символи похідної використовують у фізиці й механіці і нині (іноді позначають крапками над літерами похідні за часом).

Математики XV-XVII ст. намагались знайти загальний метод побудови дотичної до кривої. Окремі випадки розв’язування цієї задачі дали Евклід (дотична до кола), Архімед (дотична до спіралі Архімеда), Аполлоній (дотична до еліпса, гіперболи, параболи).

Перший загальний спосіб побудови дотичної до алгебраїчної кривої подано в «Геометрії» Декарта (1637). Більш загальним і важливим для розвитку диференціального числення став метод побудови дотичних

Ферма. Ґрунтуючись на його результатах, Лейбніц розробив свій алгоритм побудови дотичних, який зводився до визначення ординат за відомими їх різницями. Знаходження кутового коефіцієнта дотичної в точці М до плоскої кривої, заданої функцією, він звів до знаходження похідної функції y по незалежній змінній x при даному її значенні (в даній точці). У мемуарі «Новий метод максимумів і мінімумів, а також дотичних» (1684) Лейбніц назвав алгоритм диференціальним численням, похідну – диференціальним відношенням $\frac{dx}{dy}$. Він виклав правила диференціювання суми, різниці, добутку, степеня, частки, знаходження точок екстремуму і перегину. Позначення похідної $f'(x)$ (1770) і термін «похідна» (1797) ввів Лагранж. Французький математик Л. Арбогаст (1800) першим позначив похідну символом Dy (перша літера французького *derive* – похідна).

ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Які натхнені Ньютон з Лейбніцем були,
якими барвами їх формули заграли,
яку могуть побачили творці, коли
зійшлись їх похідні та інтеграли.
Зійшлись – немов злилися два струмки
В стократ потужнішу ріку єдину.
Їх теоремі славній завдяки
те, що колись долали вчені за віки,
тепер школяр долає за годину.

Г. Бевз. Теорема Ньютона-Лейбніца

Початки інтегрального числення закладені в працях давньогрецьких математиків Демокріта, Гіппократа, Евдокса, Евкліда, Архімеда. У IV ст. до н. е. Евдокс фактично виконував операцію граничного переходу, застосовуючи метод вичерпування для визначення площ і об’ємів (назву методу було введено лише у XVII ст.). Для знаходження площ і об'ємів геометричних фігур Архімед розкладав плоску фігуру або геометричне тіло на елементи, тобто, вперше складав для визначення обєму суми, які нині називаються інтегральними сумами Дарбу.

Метод Архімеда для обчислення площ і об'ємів спростив і узагальнив італійський математик Л. Валеріо (1604), який довів загальну теорему. У праці «Стереометрія винних бочок» (1615) німецький математик Й. Кеплер застосував ідею методу неподільних (кожне тіло обертання складається з безлічі «найтонших кружечків») і певними прийомами інтегрування визначив об'єми 80 тіл обертання. У праці «Геометрія» (1625) Б. Кавальєрі для визначення площ і об’ємів уявляв, що кожна геометрична фігура складена з «неподільних» (плоска фігура – з відрізків, тіло – з плоских фігур). Італійський вчений Е. Торріччелі (1644) удосконалив і широко застовував метод неподільних при розв'язувані задач на дотичні.

П. Ферма вивів формули інтегрування по частинам (1635). Залежність $\left(\int_0^x y dx\right)' = y$, встановлена Барроу (1670), дозволила обчислювати інтеграли за допомогою знаходження первісної, тобто за допомогою операції, оберненої до диференціювання. І. Ньютон (1666, опубліковано в 1704 р.) і Г. Лейбніц (1675, надруковано в 1686 р.) завершили розробку інтегрального числення. У 1716 р. Нютон писав: «Я не заперечую, що пан Лейбніц міг відкрити його (диференціальне і інтегральне числення – А. В.) сам. Але це було вже після мене».

Знак інтеграла $\int$ і запис $\int y dx$ Г. Лейбніц ввів у першій друкованій праці з інтегрального числення «Про глибоку геометрію і аналіз неподільних» (1686). Термін «інтеграл» (латинське *integer* – цілий, тобто ціла, вся площа) запропонував швейцарський математик Й. Бернуллі (1690). Позначення визначеного інтеграла $\int_a^b f(x)\, dx$ ввів Ж. Фур'є.

ДЕЯКІ ІМЕННІ ТЕОРЕМИ ТА ФОРМУЛИ МАТЕМАТИКИ

Теорема Фалеса

Філософ Фалес Мілетський (625-547 рр. до н. е.), якого називають «батьком грецької науки», один з перших відомих в історії математиків. Саме він почав формування основоположних понять математики – доведення і теорема.

Фалес перший довів ряд теорем геометрії, заклавши основи гоніометрії (від грецьких gōnía – кут, metron – міра) – частини тригонометрії, в якій розглядалися способи вимірювання кутів. Він знав, що: в рівнобедреного трикутника кути при основі рівні; вертикальні кути рівні; діаметр ділить круг навпіл. Теорему про вписаний кут, що спирається на діаметр, у Західній Європі іноді теж називають теоремою Фалеса, хоча її знали вавилоняни ще чотири тисячоліття тому. Теорему про рівність двох трикутників за стороною і двома прилеглими кутами (друга ознака рівності трикутників) Фалес використав для визначення відстані від берега до корабля. Однак теорему про перетин сторін кута паралельними прямими, названу теоремою Фалеса, вчений не знав. Вважають, що ця теорема названа на честь першого вченого-геометра для збереження його імені в пам’яті майбутніх поколінь.

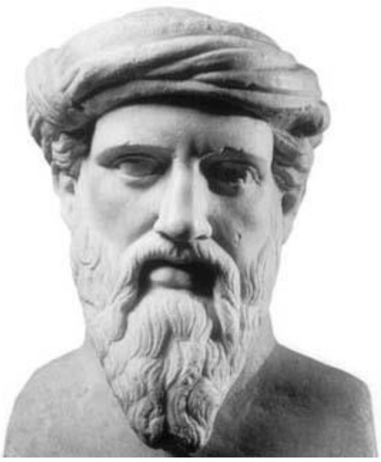
Фалес викликав захоплення у стародавніх єгиптян власним способом визначення висоти різних піраміди за тінню, з допомогою пропорційного відношення між трьома величинами, які можна виміряти, і шуканою величиною – висотою піраміди. Вважають, що він був першим грецьким ученим, який для розв’язування геометричних задач на побудову, як основні геометричні інструменти, використовував циркуль і лінійку.

Алгоритм Евкліда

Алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника (спосіб послідовного ділення) описано в VII книзі «Начал» Евкліда для цілих чисел, а в X – у геометричній формі для знаходження найбільшої спільної міри двох відрізків, тому його назвали алгоритмом Евкліда. Алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника двох чисел при скороченні дробів використано трактаті «Математиці в дев’яти книгах» (Китай, II ст. до н.е.)

Французький вчений Ж. Штурм (1829) використав алгоритм Евкліда для знаходення кількості дійсних коренів алгебраїчного рівняння на заданому інтервалі (метод Штурма).

Теорема Піфагора



Історики науки вважають, що Піфагор ввів строгі доведення в геометрію. Відкриття теореми про співвідношення між сторонами прямокутного трикутника пов'язують з ім’ям Піфагора (дехто вважає, що її довів піфагорієць Гіпас).

Теорема Піфагора була відома єгиптянам. Знайдені глиняні клинописні таблички свідчать, що теорему за 1500 років до Піфагора застосовували вавилонські математики для визначення катетів по даним гіпотенузі і площі за допомогою тричленного квадратного рівнянням з єдиним додатним коренем. В одному з клинописних математичних текстів подано таблицю, яка містить 15 піфагорових трійок (3, 4, 5; 5, 12, 13; 6, 8, 10; …), тобто розв’язків у натуральних числах діофантового рівняння другого степеня з трьома змінними $x^2 + y^2 = z^2$. Загальні формули для розв’язування цього рівняння знайшли піфагорійці. Прямокутні трикутники, сторони яких задані трійками цілих чисел, які задовольняють теорему Піфагора, називають піфагоровими трикутниками.

Одне з найдавніших доведень теореми Піфагора подано в «Началах» Евкліда. Китайському математику Чень-Цзи (VI ст. до н. е.) була відома в загальній формі теорема, що потім назвали теоремою Піфагора (у Китаї теорема Гугу для трикутника зі сторонами 3; 4; 5). В Індії її називали теоремою Бхаскара. Нині відомо понад 500 доведень теореми.

Решето Ератосфена

Старогрецький математик Ератосфен (275-194 рр. до н. е.) прославився працями з астрономії (описував сузір'я з відповідними міфами), філології (досліджував стародавню комедію), географії й математики, успішно займався поезією, музикою, філософією. Сучасники Ератосфена називали його Пентатл (Багатоборець).

У праці «Решето» Ератосфен виклав метод знаходження простих чисел, які не перевищують даного натурального числа. Він полягав у поступовому викреслюванні з ряду натуральних чисел тих чисел, які діляться на 2, на 3, на 4 і т. д. Учений писав на дощечці, вкритій воском, і послідовно проколював у воску дірочки над числами, кратними 2, 3 ,4,…, внаслідок цього дощечка ставала схожою на решето, крізь яке ніби просіювали складені числа. Цей спосіб знаходження простих чисел назвали решето Ератосфена.

Італійський математик П. Катальді (1603) видав першу таблицю простих чисел, менших від 750. Німецький математик Й. Ламберт (1770) подав таблицю найменших дільників усіх чисел, менших від 102000, які не діляться на 2, 3 і 5. Вчений гарантував безсмертя тому, хто доведе таблицю дільників до 1000000. Як блискучий обчислювач і укладач таблиць простих чисел до ста мільйонів увійшов в історію математики професор Празького університету Я. Кулік (народився у Львові, навчався в Львівському університеті). Праці «Великий канон дільників усіх чисел, які не діляться на 2, 3 і 5, і простих чисел між ними до 100330201» (а це 4212 сторінок!) автор численних математичних праць присвятив 20 років життя.

Удосконалив решето Ератосфена індійський студент Сундарам (1934), склавши таблицю з безлічі арифметичних прогресій, у яких кожний член першої прогресії 4, 7, 10, 13, 16,… починає нову прогресію. Різницями прогресій є всі непарні числа, починаючи з 3. Якщо число n є в цій таблиці, то $2n+1$ – складене число (у таблиці є $n=4$, $2\cdot4+1=9$ – число складене). Якщо n у таблиці немає, то $2n+1$ – число просте (немає $n=2$, отже, $2\cdot2+1=5$ – число просте). Так можна знайти всі прості числа, крім найменшого – 2.

Російський учитель В. Голубєв (1939) для спрощення складання таблиці простих чисел розробив систему «трафаретів», за допомогою яких він майже безпомилково виділив найменші прості дільники всіх чисел одинадцятого мільйона, а у 1941 р. – дванадцятого мільйона.

Решето Аткіна – осучаснена версія решета Ератосфена – швидкий алгоритм знаходження всіх простих чисел до деякого цілого числа, створений А. Аткіним і Д. Бернштейном (1990, США) і виконує деяку попередню роботу, а тоді викреслює числа, кратні квадрату простих чисел.

Формула Герона

У «Метриці», найважливішій математичній праці Герона Александрійського (I ст.), викладені формули для обчислення площ правильних многокутників, об'ємів зрізаних піраміди і конуса, п'яти правильних многогранників тощо. В творі подана формула для обчислення площі трикутника за трьома сторонами (формула Герона була відома вже в III ст. до н. е. Архімеду) : $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де a, b, c – сторони трикутника, p – півпериметр.

Герон вивчав трикутники з цілочисловими сторонами, площі яких теж виражаються цілими числами. Такі трикутники назвали *героновими трикутниками.*

Задача Герона. Знайти всі трикутники з цілочисловими сторонами, площі яких також виражаються цілими числами.

Серед прямокутних трикутників – це всі трикутники Піфагора, з сторонами 3,4,5; 5,12,13; ...

Формула Герона є окремим випадком теореми Брахмагупти (VII ст.): Якщо вписаний у коло чотирикутник має довжини сторін a,b,c,d і півпериметр p, то його площа $S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(c-d)}$. (Брахмагупта не вказував, що ця теорема істинна для чотирикутників, вписаних в коло, хоч розглядав її лише для чотирикутників, діагоналі яких перетинаються під прямим кутом, і рівнобічних трапецій. Для них теорема виконується).

Формула Муавра

Англійський математик А. Муавр юнаком, у зв'язку з переслідуванням гугенотів (так називалась з XVI ст. релігійна конфесія французьких протестантів), втік до Англії. Вчений успішно займався комбінаторикою, теорією рядів, терією ймовірностей (довів важливу теорему, названу його ім'ям). В теорії комплексних чисел А. Муавр (1707) вивів правила піднесення до степеня й добування кореня *n*-го степеня з комплексних чисел. Формула Муавра $(e^{i\varphi})^n = e^{i(n\varphi)}$, де n – довільне ціле число, широко застосовується в тригонометрії і алгебрі при розв'язуванні двочленних рівнянь. Інший запис формули (у сучасній символіці подана Ейлером у 1722 р.): $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi + i\sin n\varphi$.

Біном Ньютона

Формула, названа біномом Ньютона, для натуральних *n* була відома (частково) в Індії ще в II ст. до н. е.

Персидськомувченому Омар Хайяму біноміальна формула була відома для будь-якого *n* (1100), тому послідовність біноміальних коефіцієнтів в Ірані називають трикутником Хайяма.

Коефіцієнти бінома до $n = 8$ подано в трактаті китайського математика Чжу Ші-цзе «Дзеркало чотирьох елементів» (1303).

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

Мал. 1.

У «Арифметиці» (1527) німецького вченого П. Апіана подано трикутну послідовність біноміальних коефіцієнтів до *n=9*. М. Штіфель ввів правило утворення біноміальних коефіцієнтів і склав їх таблиці до вісімнадцятого степеня (1544). Праця Н. Тартальї «Загальний трактат про число і міру» (1556) містила таблицю коефіцієнтів, записаних у вигляді трикутної числової таблиці, названої «арифметичним трикутником». У «Трактаті про арифметичний трикутник» (1665) Б. Паскаль подав спосіб обчислення біноміальних коефіцієнтів за таблицею коефіцієнтів розкладу $(a+b)^n$ для різних показників степеня *n*, розміщених у вигляді трикутника, який назвали трикутником Паскаля. Ці коефіцієнти (число комбінацій з *n* елементів по *m*), утворені за допомогою повної математичної індукції, Паскаль вперше (разом з Ферма) використав у теорії ймовірностей для обчислення ймовірності події і розподілу ставок між гравцями.

Шотландський математик і астроном Дж. Грегорі майже одночасно з І. Ньютоном і незалежно від нього довів теорему про розклад бінома. Ньютон зробив першу спробу (1669, надруковано в 1711 р.) узагальненого доведення відомої формули бінома для цілого додатного *n*, узагальнивши її на дробові і від'ємні значення *n*. Норвезький математик Н. Абель (1826) строго довів формули і обґрунтував справедливість узагальненої формули для ірраціональних і уявних значень показника *n* (за певних умов).

1.2. ВИЗНАЧНІ МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ

Задачі й теореми, доведені сотні і тисячі років тому, і досі захоплюють нас своєю красою, витонченістю логічних міркувань. Гортаючи сторінки минулого науки, переконуємось, що більшість математичних ідей, понять, потім об’єднаних у теорії, беруть свій початок із практичної діяльності людини. Водночас пошуки розв’язків багатьох математичних задач, поставлених життям, часто призводили до нових математичних відкриттів.

Історичні задачі – це задачі, запропоновані відомими математиками або іншими історичними постатями, задачі з різних підручників, інших друкованих джерел, які збережені історією. Вони стимулюють підвищення інтересу учнів до вивчення математики, дають їм можливість більш ґрунтовно засвоїти математичні поняття. Їх можна використовувати на уроках і в позакласній роботі, бо як вважав американський математик і педагог Дж. Пойя, «в розв’язуванні будь-якої задачі є крупинка відкриття».

Розв’язання історичних задач (якщо дозволяє час) можна виконувати за таким алгоритмом: 1) історична довідка; 2) розв’язування методом автора; 3) розв’язування сучасним методом; 4) порівняння цих розв’язань.

Пропонована добірка історичних задач допоможе вчителю показати учням красу математичного пошуку.

Задачі з папіруса Ахмеса (Рінда), Стародавній Єгипет

1. У пастуха, який вів 70 биків, запитали: «Яку частину биків своєї численної череди ти ведеш?». Він відповів: «Я веду дві третини від третини худоби». Скільки биків було у всій череді? (Задачу можна використовувати при відпрацюванні вмінь та навичок знаходження числа за його дробом).

Відповідь. 315 биків.

2. Поділити 10 мірок ячменю між 10 людьми так, щоб другий одержав на $\frac{1}{8}$ мірки ячменю більше, ніж перший, третій – на $\frac{1}{8}$ мірки більше, ніж другий, …, десятий – на $\frac{1}{8}$ мірки більше, ніж дев’ятий. Скільки мірок ячменю одержить кожна людина?

Відповідь. $\frac{25}{16}, \frac{23}{16}, \frac{21}{16}, \frac{19}{16}, \frac{17}{16}, \frac{15}{16}, \frac{13}{16}, \frac{11}{16}, \frac{9}{16}, \frac{7}{16}$ *мірки ячменю.*

3. *Загадка жерців бога Ра.* Події, описані в оповіданні О. Казанцева «Криниця Лотоса», відбуваються в Стародавньому Єгипті.

У 1912 р. під час розкопок у дельті Нілу вчені виявили на стіні храму текст задачі, яка була одним з випробувань для бажаючих стати жерцями бога Ра. «Ти стоїш перед стіною, за нею криниця Лотоса, як круг Сонця. Біля криниці покладено один камінь, одне долото, дві очеретини. Довжина однієї очеретини три міри, другої – дві міри. Очеретини перехрещуються на поверхні води криниці Лотоса, а ця поверхня на одну міру вища від дна. Хто повідомить число найдовшої прямої, яка міститься в ободі криниці Лотоса, той візьме обидві очеретини і буде жерцем бога Ра».

(Криниця – це прямий циліндр. Дві очеретини завдовжки 3м і 2 м приставлені до основи циліндра так, що сума довжин їхніх проекцій дорівнює діаметру основи циліндра. Знайти діаметр криниці).

Відповідь. $\approx 1{,}231$*м.*

Задачі з Вавилонських клинописів

1 Є два кільця. Сума $\frac{1}{7}$ частини ваги першого кільця і $\frac{1}{11}$ частини ваги другого кільця дорівнює 1, а різниця ваги першого кільця і її сьомої частини дорівнює різниці ваги другого кільця і її одинадцятої частини. Обчистити вагу кожного кільця. *Відповідь.* $4\frac{3}{8}$; $1\frac{3}{8}$.

2. Капітал в 1 гур віддано в борг із розрахунку $\frac{1}{5}$ річних. Через який час капітал подвоїться?

Відповідь. $3{,}801$ *роки*.

Задачі Піфагора

1. Довести, що сума довільного числа послідовних непарних чисел, починаючи з одиниці, є точний квадрат.

2. Довести, що кожне непарне число, крім 1, є різницею двох квадратів.

Задачі Архімеда

1. Довести, що площа круга, описаного навколо квадрата, вдвічі більша за площу круга, вписаного в квадрат.

2. Довести, що площа круга дорівнює площі прямокутного трикутника, один з катетів якого дорівнює довжині кола, а другий радіусу цього кола.

3. Сіракузькому царю Гієрону виготовили золоту корону, але пішли чутки, що майстер підмінив частину золота сріблом. Архімед, якому доручили розплутати цю справу, знайшов розвязок задачі, коли сидів у ванні. Не чуючи себе від радості, з вигуком «Еврика!» кинувся на вулицю. Адже йшлося не просто про задачу царя, а відкриття найважливішого закону гідростатики.

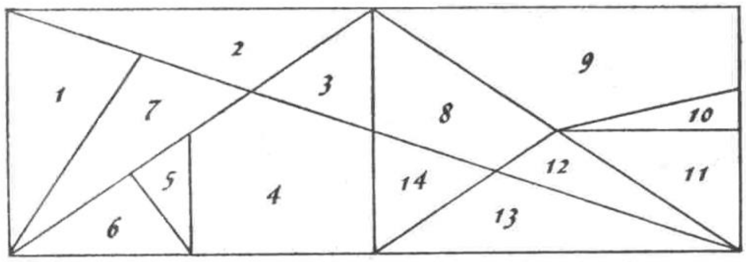
Корона царя Гієрона, виготовлена із золота і срібла має вагу 10 *кг*. У воді її вага становить $99{,}55\%$ її ваги в повітрі. Знаючи, що 1 *кг* золота втрачає в воді $\frac{9}{77}$*кг*, а срібло $9\frac{11}{12}\%$ своєї ваги в повітрі, обчисли, скільки золота і срібла витратив майстер на виготовлення корони?

Відповідь. Золота 7,1005кг, срібла – 2,8995кг.

4. Прямокутник, сторони якого віносяться як 1:2, розрізали на 14 частин. Складіть з цих частин силует курки, вітряка, півня (мал. 2). Частини прямокутника можна класти на стіл будь-яким боком, їх щільне прилягання

не обов'язкове. Складаючи кожну фігуру, всі 14 елементів стомахіона треба використати.

**Стомахіон* (з грецької – те, що викликає злість) – гра-головоломка, якій більше 2000 років, розвиває розум і винахідливість, тренує зір у сприйнятті ліній та форм.



Мал. 2. Стомахіон Архімеда.

Задачі з «Арифметики» Діофанта

1. Знайти два числа, сума яких дорівнює 20, а добуток 96.

Відповідь. 12; 8.

2. Знайти два числа, відношення яких дорівнює 3, а відношення суми їх квадратів до їх суми дорівнює 5. *Відповідь. 6; 2.*

3. Знайти три числа, якщо відомо, що добуток суми перших двох чисел на третє дорівнює 35, добуток суми першого і третього чисел на друге число дорівнює 27, а добуток суми другого і третього чисел на перше дорівнює 32.

Відповідь. 4; 3; 5.

Давньоримська задача II ст.

Один чоловік, помираючи, заповів: «Якщо дружина народить сина, то віддайте йому $\frac{2}{3}$ майна, а решта – їй. Якщо народиться донька, то їй – $\frac{1}{3}$, а дружині – решта». Народилася двійня – син і донька. Як розділити майно, щоб виконати заповіт небіжчика?

Відповідь. Майно сина, дружини і доньки має відноситись як 4:2:1.

Задача Сунь-Цзи (III ст.) , Китай)

Знайти число, яке при діленні на 3 дає остачу 2, а при діленні на 5 остачу 3, а при діленні на 7 – остачу 2.

Задача Брахмагупти (VII ст.), Індія

Знаючи висоту свічки і висоту вертикального стовпа, а також відстань між ними, знайти довжину тіні стовпа.

Задачі Магавіра (IX ст.), Індія

1. Під час бою півнів один з глядачів домовився з двома власниками півнів. Першому він сказав: «Якщо переможе твій півень, то виграш віддаси мені, якщо ж програєш, то я сплачу тобі $\frac{2}{3}$ твого можливого виграшу». Другому учаснику він сказав: «Якщо переможе твій півень, то виграш віддаси мені, якщо ж програєш – сплачу тобі $\frac{3}{4}$ твого можливого виграшу». В обох випадках глядач одержить 12 монет. Який виграш мав бути в кожного учасника бою?

Відповідь. 42 і 40 рупій.

2. Плоди граната, манго і лісових яблук продаються відповідно по 3 штуки за 2 монети, 5 штук за 3 монети, 7 штук за 5 монет. Як за 76 монет купити стільки плодів, щоб плодів манго було в 3 рази, а гранатів у 6 разів більше, ніж лісових яблук?

Відповідь. Гранатів купили 70, манго – 35, лісових яблук – $11\frac{2}{3}$.

3. Один сказав своєму другові: «Дай мені 100 рупій, і я буду вдвічі багатший за тебе». На це останній відповів: «Якщо ти мені віддаси лише 10 рупій, то я стану в шість раз багатшим за тебе». Скільки рупій було в кожного? (Рупія – грошова одиниця Індії).

Відповідь. 40 і 170 рупій.

Європейські задачі

1. Селянин продає свого коня за кількістю підковних цвяхів, яких у нього 32. За перший цвях він просить 1 пфеніг, за другий – 2, за третій – 4 пфеніги, тобто, за кожний наступний – удвічі більше, ніж за попередній. За скільки він продає коня?

Відповідь. 4294967295 пфеніги.

3. Скільки разів проб'є годинник протягом 12 год, якщо він відбиває півгодини?

Відповідь. 90 разів.

3. У клітці знаходяться фазани й кролики. У всіх тварин 35 голів і 94 ноги. Скільки в клітці кроликів і скільки фазанів?

Відповідь. 13 кроликів і 22 фазани.

Задача Фібоначчі. Скільки пар кроликів народиться за рік від однієї пари, якщо кожна пара дає щомісяця приплоду по одній парі, яка в свою чергу здатна до розмноження через місяць, і якщо жодна пара не загине?

Відповідь. На початку маємо 1 пару кролів, через місяць – 2 пари, через 2 місяці – 3, через три – 5, потім через кожний місяць кролів буде відповідно 8,13,21,34,55,89,144,233,377 пар. Всього 986 пар.

Розв'язання задачі призвело до рекурентної числової послідовності: 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55;…, $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$. Французький математик Е. Люк (XIX ст) назвав такі послідовності, члени яких утворюються за таким рекурентним законом, рядами, або послідовностями Фібоначчі, а їх члени – числами Фібоначчі.

Визначні задачі зберегли свій національний колорит, народну мудрість, містять багато історичних відомостей. Серед них є задачі-«мандрівниці», які були відомі в Стародавньому Єгипті, Вавилоні, Китаї, однак все ще цікаві й нині.

Задача з папірусу Ахмеса. У семи людей по сім кішок; кожна кішка з'їдаєпо сім мишей, кожна миша з'їдає по сім колосків, із кожного колоска може вирости по сім мірок ячменю. Знайдіть числа цього ряду і їх суму ?

Відповідь. 7,49,343,2401,16807. *Сума* –19607.

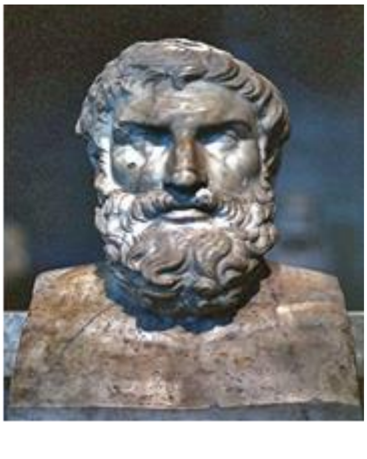
Старовинна китайська задача. Бамбукова жердина висотою 10 футів надломлена на деякій висоті. Якщо пригнути верхню частину до землі, то вершина жердини буде віддалена від основи на 3 фути. Яка довжина надломленої частини? (1фут $\approx$30,5 см)

Відповідь. $5\frac{9}{20}$ *фута.*

Старовинна українська задача. Стоїть стовп, а на стовпі сорок кілець докожного кільця прив'язано по 40 кобил у кожної кобили 40 лошат. Скільки всього лошат?

Відповідь. 64000 лошат.

Деякі вчені подавали математичні задачі в віршах. Це вміло робили в Стародавній Греції Метродор і Лукрецій, індійські математики Бхаскара II і Шрідхара, французький математик Олександр із Вільде, персидський вчений Омар Хайям і російський вчений М. Ломоносов та ін.



Задачі Метродора (IV ст.)

Метродор – грецький філософ, епіграміст, автор праць з географії й астрономії. Написані ним у віршованій формі понад 30 цікавих задач у свій час входили в рукописні збірники і були досить поширеними.

(Задачі 1-4 переклав І. Франко.)

1. Учні Піфагора

« Піфагоре благородний,
Геліконських муз потомку,
На моє скажи питання,
Скільки учнів справді гідних
Маєш ти у своїм домі,
Що немов борці на площі,
Раді премії добиться?»
«Радо скажу, Полікрате.
Бачиш, учнів половина
Математику зглибляє,
А натомість четвертина
На безсмертную природу
Свої досліди звертає.
Сьома часть нiщо не робить,
Лиш заховує мовчання,
Лиш моє у душах своїх,
Знай, ховаючи мовчання.
Ще додай до них три жінки,
Що встають не дуже рано, –
Серед них найвизначніша
Моя любая Теано.
Ось і всі, яких по змозі
Я до мудрості доводжу, –
Може, муз їм пієрійських
Позискаю ласку божу».
Скільки ж учнів у Піфагора?
Відповідь. 28 учнів.

2. *Загадка*

Раз мул ішов з ослицею шляхом,
Обоє опаковані вином.
Під тягарем ослиця застогнала,
Та мул, якого від коня вона за сина мала,
Питає:« Мамо, що це за причина,
Що заскиглила ти як молода дівчина?»
Вона відмовила, що потяжко їй двигать.
« Еге, хотіла б ти ще як дівчина плигать!
Я більше двигаю, й мені не дуже гірко:

Якби від тебе взяв одно, то мав би вдвоє стілько,
А якби ти одно та відняла мені,
То мали б ми обоє по рівні».
Хто хоче тії числа відгадати,
Не треба пальців обох рук зачисляти.
Відповідь. Мул ніс 7 мішків, ослиця – 5.

3. Пори дня

«О премудрий часознавче,
Яка часть нам дня пройшла вже?» –
«Що пройшло вже з цеї днини,
Візьми з того дві третини,
А на все дозвілля своє
Матимеш ще стільки вдвоє».
Вказівка. Задача зводиться до розв'язування рівняння $\frac{4}{3}x + x = 12$. *Звідки,* $x = 5\frac{1}{7}$.

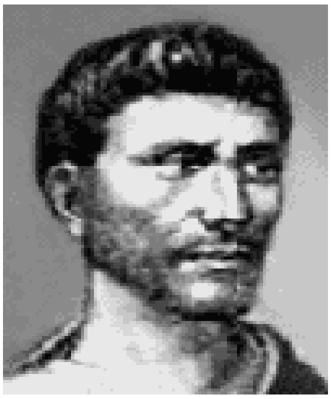
4. Украдені яблука

Уздрівши, що плаче Ерот, Кіпріда його запитала:
« Що тебе так засмутило. Хотіла б я знати?»
«Із Гелікона ішов я , ніс яблук чимало, – Ерот на те каже, –
Та музи, раптово напавши, солодку загарбали ношу.
Долю двадцяту вмить захопила Евтерпа, а Кліо
П'яту частину вділила, і Талія – восьму,
Долю двадцяту забрала собі Мельпомена, а чверть Терпсихора,
Сьому частину поцупивши, зникла мов привид Ерато.
Тридцять плодів узяла Полімнія. Сто двадцять
Уранії тут перепало, а триста плодів – Калліопі.
Тож повертаюсь додому я майже з пустими руками.
Тільки півсотні лишилося яблук у мене».
Скільки яблук ніс Ерот і скільки з них забрала кожна з богинь?
Відповідь. Кліо – 672 яблука, Евтерпа – 280, Талія – 420, Терпсіхора – 840, Мельпомена – 168.

5. Надгробок Діофанта

У фантастичному романі О. Казанцева «Вістря шпаги», присвяченому П. Ферма та його сучасникам, подано немало цікавих задач. Так, Р. Декарт, пропонуючи своє розв'язання задачі, до якого зводиться епітафія на надгробку Діофанта, написана Метродором, під час суперечки ледь не викликав Ферма на дуель.
Прах Діофанта гробниця ховає, вдивися, і камінь
Мудрим мистецтвом розкриє покійного вік:
З волі богів шосту частину життя був він дитина.

А ще половину шостої – стрів із пушком на щоках.
Тільки минула сьома, з коханою він одружився.
З нею п’ять років проживши, сина діждався мудрець.
Та півжиття свого тішився батько лиш сином:
Рано могила дитину у батька забрала.
Років двічі по два батько оплакував сина,
А по роках цих і сам стрів він кінець свій печальний...
Скільки років жив Діофант?
Відповідь. 84 роки.



Історія знає дуже мало біографічних відомостей про Діофанта Олександрійського (ІІІ ст.). Ця епітафія, якщо вона достовірна, – єдине, що відомо про його життя. Збереглась (не повністю) «Арифметика» Діофанта. В ній подано початки алгебри, а також 189 задач, які зводяться до невизначених рівнянь і систем невизначених рівнянь різних степенів, та вказано деякі методи розв’язування цих рівнянь. Чимало задач, наведених в книзі, й досі не розв’язані, хоча над ними працювали видатні математики різних епох і народів.

Праці Діофанта з теорії чисел лягли в основу подальших досліджень Ферма, Ейлера, Гаусса та ін. У теорії чисел два розділи названі на честь ученого – теорія діофантових рівнянь і теорія діофантових наближень.

Багато математичних трактатів Стародавньої Індії написані в віршах. Магавір написав перший математичний трактат у віршах, який за об’ємом більший, ніж усі праці його попередників і сучасників. Трактат Шрідхара (ХІ ст.) «Тришатика» («тришата» – 300) містив 300 віршів. Математичний трактат Бхаскари «Вінець систем», написаний у віршах, (1150) складається з двох частин. Перша – «Лілаваті» («Красуня») в країнах Азії вважалась зразком підручника з техніки обчислень і містила відомості з арифметики, геометрії, алгебри. В трактаті «Біджаганіта» («Обчислення коренів») розглянуто лінійні й квадратні рівняння з одним і двома невідомими, спосіб добування коренів (вказано на двозначність квадратного кореня з додатного числа), деякі питання геометрії (наведено два доведення теореми Піфагора).

Пропонуємо задачі з трактату Бхаскари «Обчислення коренів» (1-2) та задачу з трактату Шрідхара «Ганітасара» («Суть обчислення»).

1. Мавпи

На дві партії розбившись,
Мавпи бавилися в гаї,
Частка восьма їх в квадраті
Забавлялася, стрибала.

Криком радісним дванадцять
Тихе світло дня вітали. А тепер, скажи юначе,
Скільки мавп було у гаї?
Відповідь. 16 мавп або 48 мавп.

2. Лотос

Над озером тихим
З півфута розміром виступала квітка лотоса.
Самотньо він ріс. І вітер поривом
Його вбік відніс.
Нема вже квітки над водою.
Знайшов рибалка її весною.
За два фути від місця зростання.
Отже, пропонуємо вам питання:
Яка тут глибина озера?
Відповідь. $3\frac{3}{4}$ *фута.*

3.Бджоли

Є кадамба – квітка,
На одну пелюстку
Бджіл п’ята частина опустилась.
Поруч тут же росла
Вся квітуча сигменда,
І на неї третя частина помістилась.
Різницю їх знайди, і тричі склади
І тих бджіл на кугай посади.
Лиш одна не знайшла собі місця ніде,
Все літала то взад, то вперед і кругом
Насолоджувалась ароматом квіток.
Назви тепер мені,
Порахувавши в думці,
Скільки бджіл всього зібралось?
Відповідь. 15 бджіл.

1.3. ЗАСТОСУВАННЯ СОФІЗМІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

...В історії математики софізми відігравали чималу роль. Деякі з них можна розглядати як вихідні точки нових шляхів у розвитку математики.

В. Літцман

Історія математики сповнена цікавих парадоксів і софізмів. Парадокси – це справедливі, хоча й несподівані твердження (наприклад, «Ахіллес ніколи не наздожене черепаху»). Софізми (грецьке Sophizma – вигадка, хитрість) – це хибні результати, отримані з допомогою міркувань, які здаються правильними, але обов'язково містять якусь помилку. Стародавні вчені залишили нам немало таких суджень. Наприклад: «Те, що ти не загубив, ти маєш. Ти не загубив крила, отже, ти їх маєш». Перший збірник математичних софізмів і парадоксів «Псевдарій» Евклід присвятив помилкам у геометричних доведеннях.

Аналіз софізмів має важливе педагогічне значення, бо розібрати софізм – означає знайти помилку. Математик-методист М. Брадіс відзначав: «Сам процес відшукання помилки в різних математичних судженнях важливо зробити дуже захоплюючим, а розгляд помилок може стати засобом для підвищення інтересу до вивчення математики». Аналіз та знаходження помилки, допущеної в софізмі, часто виявляється більш повчальним, ніж просто розбір розв'язків «безпомилкових» завдань.

Виділимо найбільш поширені помилки, які допускають учні, при розгляді софізмів:

- ділення на нуль;
- неправильні висновки з рівності дробів;
- неправильне добування квадратного кореня з квадрата виразу;
- порушення правил дій з іменованими величинами;
- плутанина з поняттям «рівність» і «еквівалентність» відносно множин;
- нерівносильний перехід від однієї нерівності до іншої;
- виконання перетворень над математичними об'єктами, що не мають змісту;
- висновки і обчислення за невірним малюнком до задачі;
- помилки, що виникають при операціях з нескінченними рядами і граничним переходом.

Софізми на уроках математики можна застосовувати з метою:

- попередження типових помилок на узагальнюючих уроках;
- створення проблемної ситуації при поясненні нового матеріалу;
- перевірка рівня засвоєння вивченого матеріалу;
- більш цікаве повторення і закріплення вивченого матеріалу.

Для розвитку пізнавальної діяльності учнів софізми можна також використовувати:

- *при виконанні домашніх завдань* – для більш осмисленого розуміння матеріалу, наприклад, знайти помилку в софізмі;
- *на факультативних заняттях* – для більш глибокого вивчення деяких тем з математики;
- *при написанні рефератів і дослідницьких робіт* софізми стародавніх грецьких філософів, наприклад, Прокла «Дві непаралельних на площині

прямі не перетинаються».

Розглядаючи софізми, слід слідкувати за точністю формулювань і записів, відсутністю невірних узагальнень, заборонених дій та посилань на «видимі» властивості фігур і допоміжних побудов. Така робота привчає учнів до уважності та критичного аналізу. Усвідомлюючи суть софізмів, вони запобігають таких помилок при виконанні завдань. Не слід, однак, захоплюватись софізмами, позаяк їх неправильні положення можуть при певних умовах породжувати у слабкіших учнів хибні асоціації.

Наведемо приклади застосування математичних софізмів на уроках.

«$2 \cdot 2 = 5$»

Знайти помилку в міркуваннях: Нехай маємо правильну числову рівність $4:4=5:5$. Винесемо за дужки в обох частинах спільний множник.

Маємо: $4(1:1)=5(1:1)$. Отже, $4=5$, або $2 \cdot 2 = 5$.

(*Помилка допущена при винесенні спільного множника за дужки в обох частинах тотожності* $4:4=5:5$.)

Поширеною помилкою учнів при розв'язуванні рівнянь, виконанні тотожних перетворень є ділення на нуль обох частин рівностей. Запобігти таким помилкам може допомогти при вивченні теми «Перетворення многочленів» (7 кл) також софізм «$2 \cdot 2 = 5$».

Нехай $a=b+c$. Помножимо обидві частини рівності на 5: маємо $5a=5b+5c$ (1). Додамо почленно рівність (1) до рівності $4b+4c=4a$ і віднімемо від обох частин утвореної рівності по $9a$:

$5a+4b+4c-9a=5b+5c+4a-9a$; $4b+4c-4a=5b+5c-5a$; $4(b+c-a)=5(b+c-a)$. Звідки, $4=5$, тобто $2 \cdot 2 = 5$.

(*$b+c-a$ = 0, а на нуль ділити не можна*)

Розглянемо софізм, який англійський математик і письменник Ч. Доджсон (літературний псевдонім Льюїс Керролл) запропонував у листі знайомій дівчинці.

«Якщо кожна з величин x і y дорівнює 1, то зрозуміло, що $2(x^2-y^2)=0$ і $5(x-y)=0$. Отже, $2(x^2-y^2)=5(x-y)$. Поділимо обидві частини рівності на $x-y$, одержимо $2(x+y)=5$. Але $x+y=1+1=2$. Звідки випливає, що $2 \cdot 2 = 5$… Знайдіть у цьому, на перший погляд, бездоганному міркуванні помилку».

(*Вираз $x-y$ дорівнює нулю, а на нуль ділити не можна*)

Усі числа рівні між собою

Нехай $a>b$. Знайдеться таке додатне число c, що $a=b+c$. (1) Помножимо обидві частини рівності (1) на $a-b$: $aa-ab=ab-bb-bc+ca$;

$aa-ab-ac=ab-bb-bc$; $a(a-b-c)=b(a-b-c)$ (2). Поділим обидві частини рівності (2) на $a-b-c$, дістанемо $a=b$.

(*Вираз* $a-b-c$ *дорівнює нулю*)

Квадрат будь- якого числа дорівнює 1

Нехай m – деяке довільне число. Позначимо: $x=y=\dfrac{m^2}{4}$. Маємо, $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ і $x-\sqrt{x}=y-\sqrt{y}$, або $x-y=\sqrt{x}-\sqrt{y}$ (1). Запишемо (1) у вигляді: $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\cdot\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=\sqrt{x}-\sqrt{y}$ (2). З рівності (2) маємо: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$. Отже,

$2\sqrt{x}=1$, але $x=\dfrac{m^2}{4}$, тому $2\sqrt{\dfrac{m^2}{4}}=1$, або $m^2=1$. *(* $x=y$ *, то* $\sqrt{x}-\sqrt{y}=0$)

Будь-яке число дорівнює його половині

Беремо два рівних числа a і b, $a=b$. Обидві частини цієї рівності помножимо на a, потім віднімемо від них по b^2. Отримаємо: $a^2-b^2=ab-b^2$, *або* $(a-b)(a+b)=b(a-b)$. Звідси: $a+b=b$, або $a+a=a$.

Отже, $2a=a$, тобто $a=0{,}5a$. (*Вираз* $a-b$ *дорівнює нулю)*

«Дивні» рівняння

Знайдіть помилку в розв'язаннях рівнянь:

а) $15x-30=12x-24$

В обох частинах рівняння винесемо спільний множник за дужки:

$15(x-2)=12(x-2)$. Розділивши обидві частини рівняння на $x-2$, одержимо: $15=12$. *(Праву і ліву частини рівняння поділили на нуль, тому, що корінь рівняння* $x=2$*)*

б) $\dfrac{x+5}{x-7}-5=\dfrac{4x-40}{13-x}$;

$$\frac{(x+5)-5(x-7)}{x-7}=\frac{4x-40}{13-x};$$

$$\frac{-4x+40}{x-7}=\frac{4x-40}{13-x};$$

$$\frac{4x-40}{7-x}=\frac{4x-40}{13-x};$$

$$7-x=13-x;$$

$$7=13.$$

(*Якщо у двох рівних дробів чисельники рівні, то знаменники будуть рівні лише тоді, коли чисельники не дорівнюють нулю. В даному рывнянні чисельники дробів дорівнюють нулю.*)

Учні 5-6 класів з цікавістю сприймають софізми, в яких порушені правила дій з іменованими величинами. Такі софізми є пропедевтикою для використання іменованих величин при розв'язуванні фізичних задач.

Один метр не дорівнює 100 сантиметрів

1*м* = 100 *см* (1)

10 *м* = 1000 *см* (2)

Перемножимо обидві частини рівностей (1) і (2), одержимо:

10 *м* = 100000 *см*, звідки: 1 *м* = 10000 *см*.

4 грн = 40000 к

2 *грн* = 200 *к*. Піднесемо обидві частини рівності до квадрату. Одержимо: 4 *грн* = 40000 *к*. Знайдіть помилки в цих міркуваннях?

(Множення обох частин різних рівностей та піднесення до квадрату грошей не має змісту.)

1 = 2

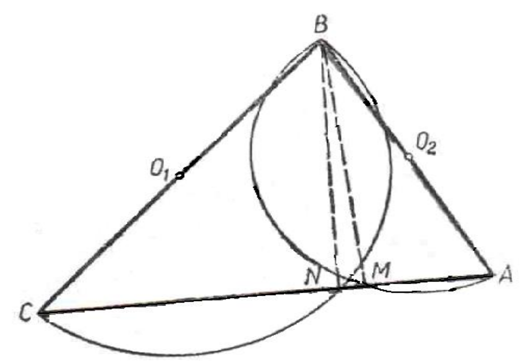
Маємо: $1-3=4-6$. Додавши до обох частин цієї рівності число $\frac{9}{4}$, отримаємо рівність $1-3+\frac{9}{4}=4-6+\frac{9}{4}$, (1), в якій права і ліва частини є повними квадратами, тобто $(1-\frac{3}{2})^2=(2-\frac{3}{2})^2$ (2). Добувши з правої і лівої частин рівності(2) квадратний корінь, одержимо: $1-\frac{3}{2}=2-\frac{3}{2}$, звідки 1=2.

(*Не враховано, що* $\sqrt{x^2}=|x|$)

2>3

Візьмемо нерівність: $\frac{1}{4}\rangle\frac{1}{8}$; $(\frac{1}{2})^2\rangle(\frac{1}{2})^3$ (1). Прологарифмувавши останню нерівність, маємо $2\lg\frac{1}{2}\rangle 3\lg\frac{1}{2}$. Поділивши обидві частини нерівності на $\lg\frac{1}{2}$, матимемо $2\rangle 3$. *(Оскільки* $lg\frac{1}{2}\langle$ *0, знак нерівності* $\rangle$ *треба змінити на* $\langle$*)*

З точки на пряму можна опустити два перпендикуляри



Нехай ABC – довільний трикутник (мал. 3). AB і BC взято за діаметри і на них Побудовано півкола, які перетинають сторону AC в точках M і N. сторону AC

Мал. 3.

в точках M і N. $\angle CNB=90^0$, $\angle AMB=90^0$, як вписані кути, що спираються на діаметр. Отже, $MB\perp AC$ і $BN\perp AC$.

(*Виконуючи геометричне доведення, пов'язане з точками перетину різних ліній, необхідно проаналізувати де знаходится точка їх перетину. Півкола перетнуть сторону AC в одній точці.)*

«Нове доведення» теореми Піфагора

Розглянемо прямокутний трикутник з катетами a та b , гіпотенузою c і гострим кутом α, протилежним катету a. Отже, $a = c \cdot \sin\alpha$, $b = c \cdot \cos\alpha$, звідки $a^2 = c^2 \cdot \sin^2\alpha$, $b^2 = c^2 \cdot \cos^2\alpha$. Додавши почленно ці рівності, отримаємо: $\grave{a}^2 + b^2 = c^2\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)$. Але $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, то $a^2 + b^2 = c^2$. Оцініть критично це доведення.

(Формула $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ *виводиться на основі теореми Піфагора, а не навпаки)*

Розділ 2. ПОЗАКЛАСНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

Особливістю організації навчально-виховного процесу в сучасних умовах є орієнтація на досягнення всіма учнями обов'язкового рівня математичної підготовки і створення умов для навчання на більш високому рівні тим учням, які мають здібності та проявляють інтерес до математики.

Тому вчителю слід приділяти увагу диференційованому навчанню та індивідуальній роботі з учнями не лише на уроках, а й у позаурочний час.

Позакласна робота з математики – це заняття, які відбуваються в позаурочний час, ґрунтуються на принципі добровільності участі, мають на меті підвищення рівня математичного розвитку учнів і цікавості до предмета завдяки поглибленню та розширенню основного змісту програми. Вона має стати невід'ємною частиною добре організованого навчання учнів математиці.

Основні завдання позакласної роботи з математики

1. Пробудження і розвиток стійкого інтересу учнів до математики.

2. Забезпечення глибокого розуміння важливих ідей математики.

3. Розвиток математичних здібностей учнів (логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, пам'яті тощо), прищеплення учням деяких навичок науково-дослідного характеру.

4. Розвиток позитивних рис особистості (розумової активності, пізнавального інтересу, пізнавальної самостійності, потреби в самоосвіті, ініціативі, творчості) та навичок творчо працювати з навчальною і науково-популярною математичною літературою.

5. Ознайомлення учнів з історією математики, біографіями видатних математиків, зокрема українських.

6. Ознайомлення з найважливішими математичними відкриттями та забезпечення глибокого розуміння важливих ідей математики.

7. Створення додаткових умов для інформування про застосування математики в різних галузях науки і техніки та її роль у пізнанні навколишнього світу; формування навичок математизації ситуацій у процесі дослідження явищ природи і суспільства.

8. Створення учнівського активу, який здатний надати вчителю допомогу в організації ефективного навчання математиці (при проведенні занять з відстаючими учнями, у виготовленні наочних посібників, випуску шкільної математичної преси тощо).

Проводячи позакласні заходи з математики, вчитель має більше можливостей показати джерела виникнення і рушійні сили її розвитку, наголосити на драматичних сторінках її історії.

Залучати учнів до позакласної роботи варто різними педагогічно виправданими засобами. Учні мають зрозуміти, що набуті знання і навички будуть потрібні у майбутньому житті. Розвиваючи самостійність учнів, важливо спрямовувати їхні пізнавальні інтереси в потрібне русло, формувати комфортний мікроклімат відносин у колективі.

У проведенні позакласної роботи з математики слід враховувати вікові особливості учнів. Так, у 5-6 класах доцільно розглядати цікаві питання арифметичного і геометричного матеріалу. При цьому слід пам’ятати, що математична розвага – не самоціль, а лише один із прийомів стимулювання пізнавальної активності, який збуджує увагу, викликає позитивні емоції та ситуативний, епізодичний учнівський інтерес, а завдання вчителя – перетворити цей інтерес у стійкий. Необхідно навчити учнів звертати увагу не на зовнішні ознаки, а на суть питання, розвивати допитливість.

Існують різні форми позакласної роботи з математики, які часто використовуються в школі:

- математичні гуртки;
- математичні вечори;
- математичні ранки для учнів 1-6 класів;
- математичні вікторини, турніри та естафети;
- математичні олімпіади;
- шкільні наукові конференції;
- математичні газети, бюлетені;
- математичні твори;
- математичні екскурсії.

Учителям математики для активізації позакласної роботи слід шукати нові інтерактивні форми роботи, наприклад, проведення математичних подорожей, математичних ярмарків, інтелектуальних ігор («Брейн-ринг», «Що? Де? Коли?», «Поле чудес», «Зоряний час», «Найрозумніший», «Я люблю математику» тощо.)

Для учнів 10-11 класів можна проводити тематичні прес-конференції, на яких учителі та студенти відповідають на запитання старшокласників про життя і наукову діяльність видатних математиків, сучасний розвиток математики тощо. Адже знання учнів, здобуті в результаті самостійних міркувань та власної творчої діяльності, будуть міцнішими.

Основоположник сучасної космонавтики К. Ціолковський писав, що спочатку він робив відкриття, відомі всім, потім відомі небагатьом і, нарешті, нікому не відомі. Отже, слід будувати позакласну роботу так, щоб вона ставала для учнів школою маленьких відкриттів.

На позакласних заняттях в 9-11 класах діяльність окремих учнів може носити творчий характер. Це проявляється в самостійній постановці проблеми (задачі), в складанні плану та знаходженні способу її розв'язання, в постановці гіпотез та їх перевірці, в проведенні власних досліджень.

Сучасна педагогічна практика закономірно намагається зміцнити взаємозв'язок факультативів з математики з урочною та позаурочною роботою, надати учням допомогу в свідомому виборі факультативних курсів. Зазначимо, що факультатив не є видом позакласної роботи, а однією з форм диференційованого навчання.

Важливо, щоб зусилля вчителів, спрямовані на позакласну роботу з математики, давали результат, а класні та позакласні заняття, зберігаючи свої особливості, сприяли підвищенню ефективності навчання, виховання та розвитку школяра.

2.1. МАТЕМАТИЧНІ ГУРТКИ

Математичні гуртки є найпоширенішою формою позакласної роботи, в яких учні розширюють і поглиблюють набуті на уроках знання, готуються до математичних олімпіад різних рівнів, знайомляться з сучасними проблемами математики, вчаться самостійно працювати з математичною літературою. Це сприяє підвищенню математичної культури та інтересу учнів до предмету.

Провідним напрямом у роботі гуртка учнів 5-6 класів є формування початкової цікавості до предмету та розвиток математичного мислення. Головне завдання для гуртка учнів 8-11 класів полягає в поглибленні та розширенні знань з математики і розвитку критичного мислення учнів.

Заняття гуртка (2-3 рази на місяць) включають у загальношкільний план. Ініціатором і організатором гурткової роботи з математики має стати вчитель. Він складає план роботи гуртка, залучає гуртківців до підготовки повідомлень, випуску стіннівок, до участі в організації та проведенні математичних ранків і вечорів, тижнів математики, засідань клубу веселих і кмітливих математиків тощо. Найкраще виявляти учнів, що цікавляться математикою, на уроці, запропонувавши їм фрагмент з історії розвитку математики, цікаву задачу. Наприклад, для учнів 5-6 класів можна провести фокус: «Кожний задумує яке небудь трицифрове число, приписує до нього таке саме. Одержане шестицифрове число ділить на 13, результат ділить на 7, новий результат ділить на 11. У кожного вийде число, яке він задумав». Учитель не розкриває «секрет» фокусу на уроці, а запрошує учнів знайти відповідь на питання «Чому це так?» на засіданні гуртка.

Окремі задачі та запитання для гурткових занять бажано добирати так, щоб труднощі в процесі їх розв’язування, спонукали учнів до розгляду деяких питань теорії та нових способів діяльності, які дещо розширюють і поглиблюють програму. Тривалі доповіді на занятті гуртка краще замінити короткими повідомлення (до 10 хв) по темі, які готують 2-3 учні. Крім доповідей на математичному гуртку розв’язують багато різноманітних задач цікавих за змістом або способом розв’язування.

Відзначимо, що виготовлення гуртківцями саморобних математичних приладів є засобом розвитку в них ініціативи, самостійності, творчих здібностей. У роботі гуртків та клубів веселих і кмітливих математиків доцільно використовувати ребуси, математичні фокуси, софізми, турніри і естафети, вікторини, цікаві факти з історії математики і біографій видатних математиків. Виклад матеріалу іноді можна інсценізувати.

Робота математичного гуртка відрізняється від проведення групових позаурочних занять.

1. В основу залучення учнів до гурткової роботи покладено принцип добровільності.

2. Під час підготовки і проведення занять гуртка учні проявляють значно більше самостійності та ініціативи, бо позаурочні групові заняття з математики, як правило, готує і проводить сам учитель.

3. Методи проведення занять гуртка більш різноманітні, ніж методи проведення групових позакласних занять.

Наведемо теми окремих занять математичних гуртків для учнів 5-11 класів, які, звичайно, не вичерпують усієї можливої тематики.

Теми занять математичних гуртків для учнів 5-6 кл.

1. Цифри в різних народів світу.
2. Дроби в різних народів світу.
3. Загадки простих чисел.
4. Подільність чисел. Узагальнена ознака подільності на 7, 11,13.
5. Виникнення та історія створення метричної системи мір.
6. Розв’язування задач практичного змісту.
7. Математика в Стародавньому світі (Вавилон, Єгипет, Греція).
8. Пропорції. Пропорційність величин. Золотий перетин.
9. Календар і його історія.
10. Числові кросворди.
11. Задачі логічного змісту.
12. Прийоми швидких обчислень.
13. Наближені обчислення.
14. Задачі на відсотки.
15. Числа-велетні і числа-карлики.

Теми занять математичних гуртків для учнів 7-9 кл.

1. Елементи історії геометрії.
2. Помилки в геометричних доведеннях.
3. Періодичні десяткові дроби.
4. З історії розвитку вчення про рівняння.
5. Різні доведення теореми Піфагора. Узагальнення теореми Піфагора – теорема Евкліда.

6. Теорема Птоломея та її застосування.
7. Невизначені (діофантові) рівняння.
8. Математичні софізми.
9. Кола Аполлонія.
10. Велика теорема Ферма.
11. Магічні квадрати.
12. Числа Фібоначчі та їх властивості.
13. Інверсія.
14. Цікаві нерівності.
15. Деякі задачі на побудову, що не розв'язуються за допомогою циркуля і лінійки.

Орієнтовний план роботи математичного гуртка (10-11кл.)

№п/п	Вид роботи	Термін виконання	Відповідальний	Примітка
1. Організаційна робота				
1.1	Виявлення учнів, які мають інтерес та здібності до математики	Вересень-жовтень	Вчителі математики	
1.2	Обрання старости гуртка, редколегії математичної газети	Жовтень		
1.3	Поновлення стендів кабінету математики, виготовлення математичних моделей	Грудень-січень		
1.3.	Випуск математичної газети	Систематично		
2. Тематика засідань математичного гуртка				
2.1	Метод математичної індукції	Вересень		
2.2	Розв'язування і дослідження рівнянь	Вересень		
2.3	Нерівності, властивості нерівностей	Жовтень		
2.4	Полярна система координат	Жовтень		
2.5	Розв'язування тригонометричних рівнянь (графічний спосіб)	Листопад		
2.6	Комбінаторні задачі	Листопад		
2.7	Задачі на максимум і мінімум	Грудень		
2.8	Комплексні числа	Грудень		
2.9	Застосування складних відсотків в економічних задачах	Січень		
2.10	Узагальнена теорема про три	Лютий		

	перпендикуляри			
2.11	Задачі на побудову в стереометрії	Березень		
2.12	Обчислення об’ємів тіл обертання. Метод невизначених коефіцієнтів	Березень		
2.13	Правильні многогранники. Теорема Ейлера про многогранники	Квітень		
2.14	Побудова перерізів многогранників	Квітень		
2.15	Застосування бінома Ньютона	Травень		
2.16	Принцип Діріхле. Розв’язування задач	Травень		
3. Підготовка та проведення тижня математики				
3.1	Організувати конкурс математичних стіннівок	Лютий		
3.2	Виставка кращих учнівських робіт (рефератів, моделей, проектів та ін.)	Лютий		
3.3	Математичний брейн-ринг	Лютий		
3.4	Інтелектуально-розважальна гра «Я люблю математику»	Лютий		
3.5	Конкурс розв’язування математичних софізмів	Лютий		
3.6.	Організація, проведення математичної олімпіади	Лютий		
3.7	Математичний вечір: М. П. Кравчук. «Моя любов – Україна і математика»	Лютий		

Тиждень математики

«Тиждень математики» дає можливість залучити до позакласної роботи багатьох учнів різних класів, розкрити їхні потенційні здібності, розвинути пізнавальний інтерес, розширити кругозір, показати роль математики в житті людини. Ця форма роботи насичена конкретними заходами, тому успішне проведення тижня потребує тривалої підготовки (1-2 місяці).

Протягом тижня учні можуть знайомитись з цікавими фактами історії математики, взяти участь математичних вікторинах, конкурсах, естафетах, виконати запропоновані проекти, випустити математичні стіннівки, власноруч виготовити математичні моделі та прилади. В деяких школах Вінницької області під час «тижня математики» учні 10-11 класів, які бажають вступати до педагогічних навчальних закладів, мають змогу провести уроки математики в 2-9 класах.

Підготовча робота до «Тижня математики»

Обирається оргкомітет на чолі з учителем математики, доякого входять учителі, учні 8-11 класів, спонсори, батьки. Комітет розробляє програму «тижня математики», призначає відповідальних за випуск стінівок, оформлення залу, написання сценарію математичного вечора, підготовку тематичних стендів, питань для проведення математичних вікторин, конкурсу на кращу саморобну модель геометричних фігур, математичних приладів тощо).

За десять днів до проведення «Тижня математики» слід випустити шкільну математичну стінівку з планом проведення і змістом його заходів та завданнями першого туру шкільної математичної олімпіади для всіх бажаючих учнів 6-11 класів (його переможці візьмуть участь у другому турі олімпіади, який проводиться під час «тижня математики»), вивішати скриньку для запитань до гри «Що? Де? Коли?».

Члени редколегії шкільної математичної стінівки можуть надавати допомогу класним редколегіям у випуску математичних стінівок. Шкільна бібліотека може підготувати виставку науково-популярної математичної літератури), шкільне радіо та телебачення – тематичні передачі.

Орієнтовна програма проведення тижня математики в школі

На початку «Тижня» на видному місці з’являється яскрава об’ява з планом проведення тижня, стіни прикрашені плакатами з висловами про математику, видатних математиків минулого і сучасності. Проводиться конкурс на кращу класну математичну стіннівку, вивішуються тематичні стенди («Математичне Поділля», «Кращі математики школи» «Вікторина для ерудитів» та ін.).

Протягом «Тижня» старшокласники, враховуючи вікові особливості, на уроках математики в основній школі можуть робити повідомлення про видатних математиків та математичні відкриття, проводити класні математичні години в старшій школі.

На заключному вечорі старшокласників підводяться підсумки «Тижня математики», оголошується наказ директора школи про нагородження учнів, які брали активну участь у його підготовці і проведенні, відзначення переможців олімпіади.

Понеділок

Загальношкільна лінійка до відкриття «Тижня математики».

Математична олімпіада для учнів 3-4 класів.

Засідання «Клубу цікавих зустрічей» (10-11 кл.).

Вівторок

Ранок «Попелюшка в країні математичних чудес» (5 кл.).

Другий тур математичної олімпіади (6-11кл.).

Математичний «Брейн-ринг» (готують учні 9 кл.).

Конкурс математичних стіннівок (5-11кл.).

Середа

Турнір юних математиків (6 кл.).

Виставка саморобних геометричних моделей (5-11 кл.).

Конкурс ерудитів-математиків «Зоряний час» (9 кл.).

Четвер

Інтелектуальна гра «Що? Де? Коли?» (7-8 кл.).

Конкурс математичних стіннівок (5-11кл.).

Математичний КВК (10 кл.).

Радіо або телепередача «Математика на службі людства».

П'ятниця

Уроки цікавої математики в початкових класах та математичні години для учнів основної школи (готують учні 10-11 кл).

Виставка кращих зошитів з математики (2-7 кл.).

Засідання оргкомітету «Тижня математики».

Інтелектуально-розважальна гра «Я люблю математику» (11кл.).

2.2. МАТЕМАТИЧНІ ВЕЧОРИ

Математичний вечір – одна з масових форм позакласної роботи, яка сприяє покращенню якості знань учнів з математики, вихованню в них інтересу і любові до предмету.

За навчальний рік можна провести кілька математичних вечорів, присвячених ювілейним датам видатних математиків, питанню місця і значення математики висвітленню місця і значення математики в техніці, економіці та інших науках, її застосування в побуті тощо. Вечори можна проводити у формі інтелектуальних ігор, популярних ток-шоу. До математичного вечора слід випустити тематичну математичну стіннівку, підготувати проект.

Наведемо приклади тем математичних вечорів:

1. Видатні давньогрецькі математики.
2. Від Евкліда до Лобачевского.
3. Видатні українські математики.
4. Математика служить людині.

Підготовка і проведення математичних вечорів вимагає тісної співпраці вчителя, членів гуртка, всіх учнів, які цікавляться математикою та дає їм змогу проявити максимум ініціативи. Для підготовки вечора створюється оргкомітет, до складу якого входять учителі математики, кілька школярів. Він розподіляє завдання між учнями, встановлює термін їх виконання.

У сценарії вечора можна запланувати проведення конкурсів, вікторин, вірші, інсценівки з математичним змістом, виступи-жарти, матеріалом для яких можуть стати невдалі спроби розв'язування задач, ігри, математичні фокуси, демонстрування швидкої лічби тощо. В програмі вечора бажано передбачити роботу з учнями в залі.

Метою проведення вечорів і ранків є підвищення рівня загальної математичної культури та розвиток пізнавальної активності учнів.

Інтелектуальна гра «Зоряний час» (9 кл.)

Ведучий 1. Дорогі друзі, ми раді вітати вас на математичній грі «Зоряний час», девіз якої – Математика без кордонів.

Ведучий 2. Сьогодні з нами допитливі, працьовиті, наполегливі, всі, хто любить таємниці, загадки, пригоди!

Ведучий 1. Дозвольте познайомити вас з учасниками гри *(прізвища)* і членами журі *(представлення)*.

Ведучий 2. Шановні учасники гри, візьміть із собою в дорогу кмітливість, винахідливість, сміливість і тоді перемога завжди буде з вами. Успіхів вам! Починаємо гру. Отже, перший тур – **«Видатні математики»**.

Ведучий 1. Перед вами портрети видатних математиків різних часів. *(проектуються на екран).* Кожен портрет має свій номер, який учасники гри будуть показувати, даючи відповідь на запитання. Отже, почали .

Старогрецький математик – автор перших математичних трактатів, що дійшли до нас. У своїй основній праці він підсумував усі попередні досягнення грецьких математиків V-IV ст. до н. е. і створив фундамент для її дальшого розвитку. Вона була першим науковим твором, в якому зроблено спробу дати аксіоматичну побудову геометрії. Назвіть цю знамениту працю та її автора.

Відповідь. Жодна наукова праця не користувалась таким великим і тривалим успіхом, як «Начала» Евкліда. З 1482 р. одна з найпоширеніших книжок світу, за якою протягом багатьох століть вивчали геометрію в школах, витримала понад 500 видань більшістю мов світу.

Ведучий 2. Старогрецький математик, фізик і механік ввів наближене значення числа $\pi = \frac{22}{7} \approx 3{,}14$, яким користуються і нині. Вчений обчислив площі поверхні й об’єми різних фігур, розробивши методи, які через дві тисячі років розвинулись у інтегральне числення. Він винайшов машину для зрошування полів, знайшов спосіб визначення складу сплавів, розробив систему блоків для піднімання великих вантажів, військові метальні машини. Назвіть цього знаменитого вченого.

Ведучий 1.
Коли в задумливім спокої
загадку кола він вивчав,
в той час над ним невіглас-воїн
підняв розбійного меча.
Віки майнули, наче птиця,
в науці пам’ять він здобув.
Ніхто не знає, хто убивця,

та знають всі, хто вбитим був. (Ю. Єфімовський. Архімед. Переклад О. Герасименко.)

Відповідь. Видатний математик і фізик, *досвідчений механік і винахідник, талановитий стратег і військовий інженер Архімед очолив оборону рідного міста Сіракузи. Восени 212 р. до н.е., коли римляни все-таки захопили місто, його вбив римський воїн. В останні хвилини свого життя він гукав ворогові: « Не чіпай мої кола!».*

Ведучий 1. Наприкінці XVI ст. французький вчений розробив буквену символіку не лише для змінних, але й для відомих величин. Вона, значно відрізняючись від сучасної, дала можливість записувати алгебраїчні вирази за допомогою формул. Його ім'ям названо теорему, яка виражає зв'язок між коефіцієнтами квадратного рівняння і його коренями. Назвіть цього відомого математика – «батька символічної алгебри».

Відповідь. Хоч залежність між коефіцієнтами і коренями квадратного рівняння знали ще стародавні вавилоняни, але це не применшує заслуг французького математика Ф. Вієта, який довів цю теорему в 1591 р.

Ведучий 2. Цей видатний німецький учений XIX ст. виявив блискучі здібності з математики ще за шкільною партою. Якось на уроці вчитель запропонував учням додати всі знайти суму чисел від 1 до 100 включно. Хлопчик майже одразу подав свою креслярську дошку з правильною відповіддю: 5050. Назвіть ім'я цього майбутнього великого математика.

Відповідь. К. Гаусс у 1801 р. довів можливість побудови з допомогою циркуля і лінійки правильного 17-кутника, розв'язавши проблему, над якою вчені світу працювали більше двох тисяч років. Надаючи цьому відкриттю великого значення, він заповів зобразити 17-кутник на своєму надгробку.

Ведучий 1. Його ім'я – талановитого українського математика, обдарованого педагога і популяризатора математичних знань – нині майже невідоме в Україні, хоча свого часу математичні результати цього вченого високо оцінювали німецький математик Д. Гільберт і польський математик В. Серпінський. Вченого називали «поетом формул». Йому належить переклад «Начал» Евкліда з коментарями до них (1880).

Відповідь. Професор Київського університету (з 1867 р.) М. Ващенко-Захарченко здобув математичну освіту в Київському університеті і в Парижі, де слухав лекції Коші й Ліувілля. Його «Історія математики» (т. 1, 1883), в якій висвітлено розвиток математики стародавнього світу та середньовіччя, цікава читачам і сьогодні.

Ведучий 2. Отже, відповівши правильно на чотири запитання, учасники переходять до наступного туру *(ведучий ставить ще кілька запитань, щоб у другий тур потрапило лише шість учасників).*

Ведучий 1. Понад дві тисячі років тому цей давньогрецький математик винайшов спосіб знаходження простих чисел, які не перевищують даного натурального числа. Він писав на дощечці, вкритій воском, і послідовно проколював у воску дірочки над числами, кратними 2, 3, 4 і т. д. Унаслідок цього дощечка ставала схожою на решето, крізь яке ніби просіювали складені числа. Тому цей спосіб знаходження простих чисел і дістав назву решета … . Яка повна назва цього способу знаходження простих чисел?

Відповідь. Тривалий час решето Ератосфена було єдиним способом знаходження простих чисел. Кращі способи знаходження простих чисел були знайдені лише у XX ст.

Ведучий 2. У працях відомого індійського математика і астронома XII ст. подано методи розв'язування алгебраїчних задач, спосіб добування коренів, вказано на двозначність квадратного кореня з додатного числа. У трактаті «Обчислення коренів» він розглядав прості квадратні рівняння з одним та кількома невідомими. Його трактат з математики «Лілаваті» («Красуня») містив задачі про мавп, бджіл, лотос, написані автором у віршованій формі. Назвіть ім'я вченого.

Відповідь. Індійський математик Бхаскара II у своїх працях також розглянув деякі правила обчислювальної геометрії, подав міркування, досить близькі до сучасних про ділення на нуль.

Ведучий 1. Шановні вболівальники, розв'яжіть задачу Бхаскари.

На березі річки тополя росла в самоті.
Раптом вітру порив білий стовбур її надломив.
Бідолашна упала і кут, безсумнівно, прямий
з течією ріки її стовбур створив.
Пам'ятати важливо, що в місці отому ріка
в чотири лиш фути завширшки була.
Над рікою верхів'я схилилося бідне її,
три лиш фути лишилося стовбура, що при землі.
Поспішай відповісти, розгадка доволі проста:
Яка у тополі була висота? (Переклад О. Герасименко)

Відповідь. 8 м.

Свої розв'язки подавайте до столика журі. У вас на це є … хвилин.

(Підводяться підсумки першого туру).

Ведучий 2. Шановні друзі, ми пройшли перший бар'єр і підійшли до другого туру. **«Математичний єралаш».**

Ведучий 1. Іноді у гумористичних творах наводяться математичні задачі за принципом: «На городі бузина, а в Києві дядько». За … хвилин ви маєте допомогти письменникам-гумористам знайти відповіді на поставлені запитання, проявивши, крім математичних знань, ще й почуття гумору. *(Кожен учасник отримує «задачу».)*

1. Стоїть триповерховий будинок, а в цьому будинку на кожному поверсі 8 вікон. На даху два дахові віконця і 2 комини. На кожному поверсі живе по двоє квартирантів. А тепер, панове, скажіть мені, в якому році померла двірникова бабуня? (Я. Гашек. Пригоди бравого вояка Швейка)

2. Якщо шоферу пана міністра соціального забезпечення 40 років 3 місяці і 20 днів, а міст у канадському місті Квебек має довжину 577 метрів, то на скількох жовтках треба замісити локшину, щоб нагодувати чотирьох людей різного віку, взявши до уваги, що ширина полотна на залізницях

Боснії 0,7 м.?» (Б. Нушич. Автобіографія)

3. Пораючись на своєму городі, тітка Настя за 1 год крадькома перекидала на город до дядька Андрія 100 камінців і 100 корінців. Пораючись на своєму городі, дядько Андрій за 2 год крадькома перекидав на город до тітки Насті 200 камінців і 200 корінців. Що вони потім робили цілий день? (М. Возіянов. Гумористичний задачник) *Відповідь.* Лаялись.

4. Якщо поділити пиріг на дві рівні частини, то одержимо половини. Якщо ці половину знову розріжемо навпіл, то матимемо чверті». Учитель доходить так до 1/32 і хоче продовжувати, та учні його зупиняють: «Досить! Далі будуть уже крихти!». Що станеться, якщо таким способом ділити шматок м’яса? (М. Вейцман. Дії над дробами)

Відповідь. Роділивши так м’ясо, одержимо фарш.

(Доки учасники «розв’язують» задачі, виконується художній номер)

Ведучий 1. Отож, давайте дізнаємось думку журі у кого ж з учасників найкраще з почуттям гумору.

Ведучий 2. А ми повертаємось знову до історії математики. Третій тур недаремно названо **«Молоді – та ранні».**

Ведучий 1. Друзі, послухайте розповіді про знаних математиків, які рано проявили математичні здібності, та доповніть їх. За кожне вірне доповнення учасник гри отримує 1 бал.

Ж. Лаграж в 19 років став професором геометрії, в 23 роки його обрали членом Берлінської академії наук, а в 30 років – став її президентом (1766). Ім’я Ж. Лагранжа внесено в список 72 найвидатніших вчених Франції, розміщений на першому поверсі Ейфелевої вежі. Наполеон Бонапарт називав вченого «Хеопсовою пірамідою математичних наук».

– У. Гамільтон в 3 роки вмів читати, знав арифметику і географію, в 5 років читав латинською та грецькою мовами, а в 12 – знав 12 іноземних мов. У 22 роки Гамільтон став професором, а в 32 – президентом Ірландської АН.

– У характеристиці випускника Прилукської гімназії Г. Вороного відзначалось, що він «у математиці, до якої має особливу прихильність і покликання, здобув визначні знання». Ще навчаючись у випускному класі гімназії, Вороний надрукував свою першу наукову працю «Розклад многочленів на множники, побудований на властивостях коренів квадратного рівняння» (1885) в «Журналі елементарної математики», який видавав у Києві відомий математик і педагог, професор В. Єрмаков.

Ведучий 1. Підводимо підсумки третього туру. *(Учасник, який набрав найменшу кількість балів вибуває з гри).*

Ведучий 2. Четвертий тур «Зоряного часу» називається **«Знайди помилку»**. (*Час визначається залежно від рівня знань учнів).*

Ведучий 2. Шановні друзі, увага! Знайдіть помилку в доведенні софізму «Прямий кут завжди дорівнює тупому».

*Вчитель.*Скажи, Петров, який кут називається прямим?

Учень. Кут, більший від гострого, називається прямим.

Вчитель. Отак? То може скажеш, який кут називається тупим?

Учень. Кут, більший від гострого, називається тупим.

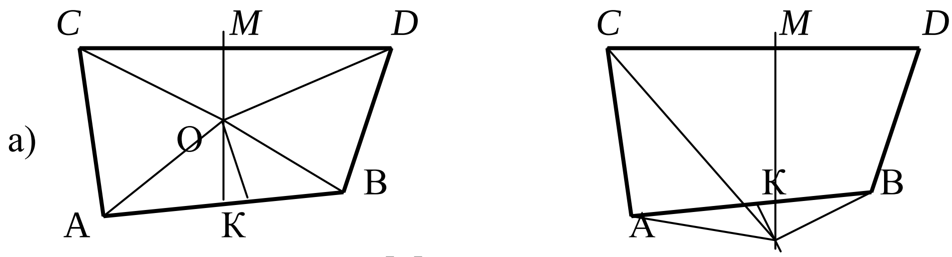
Вчитель. А різниця яка-небудь між прямим і тупим є?

Учень. Немає. (*Вчитель здивованно дивиться на учня).*

Учень. Прямий кут завжди дорівнює тупому. Я можу це довести.

Вчитель. Цікаво. Ану, доводь.

Учень. Будь-ласка. На довільному відрізку *AB* в одному кінці побудуємо прямий кут *CBA*, а в другому – тупий кут *DBA* (мал. 5).



Мал. 5

Відкладемо рівні відрізки *CA* і *DB (креслить мал. 5а)*, сполучимо *C* з *D*. Очевидно, що відрізки *CD* і *AB* не паралельні, тому їх серединні перпендикуляри обов’язково перетнуться в якійсь точці *O*. Тоді *CO=OD*, *OA=OB*, а отже, трикутники *ACO* і *DBO* рівні (за трьома сторонами). Тому кути *CAO* і *DBO* рівні. Кути *OAK* і *OBK* також рівні, бо трикутник *AOB* рівнобедрений. Звідси й випливає, що прямий кут *CAK* дорівнює тупому куту *DBK*.

Вчитель. Справді, цікаво. Ану повтори! *(Учень ще раз повторює «доведення»*). Хитро придумано. А ви (*до глядачів*) як вважаєте?

Ведучий 2. Російський учений М. Ломоносов сказав: «Математику вже тому вчити треба, що вона розум до ладу приводить». Сьогодні в нас у гостях Факір від математики, який зможе це довести.

Факір. Задумайте будь-які два додатні числа. Додайте їхню суму і добуток. Скажіть мені отриманий результат. Я, як і спортсмен, який для взяття висоти має три спроби, берусь вгадати задумані числа, можливо навіть з першої спроби.

Спосіб вгадування. Додати до названого результату 1, одержане число розкласти на два множники різними способами і від кожного множника відняти по 1. Отримані пари чисел можуть бути задуманими.

Приклад. Названа сума 34. $34+1=35$, $35=5\cdot 7$, або $35=35\cdot 1$.

Отже, могли бути задумані такі числа: 4 і 6 або 34 і 0.

Можна запропонувати від отриманої суми задуманих чисел відняти їх добуток. Щоб вгадати задумані числа, треба: до названого результату додати 1, отримане число розкласти на два множники різними способами і до кожного з них додати по 1. Серед отриманих пар будуть задумані числа.

(*Журі заслуховує відповіді до туру «Знайди помилку».)*

Ведучий 2. Доки журі підводить підсумки, ми проведемо конкурс вболівальників «Числівники в прислів'ях». Ви по черзі називаєте прислів'я та приказки з числами. Один, два, три – почали. (Наприклад, семеро одного не ждуть; сім воріт, а без чобіт; книга – четверо очей).

Ведучий 1. Високоповажне журі прийняло рішення. Сьогодні свій «Зоряний час» святкує переможець…

Звучить « Пісня про математику».

Математичний вечір «Я люблю математику» (10-11 кл.)

Зал поділений на два сектори. З кожного боку знаходяться столи, на яких є настільні електролампи з дзвінком, за столом – учасники гри, за ними сидять уболівальники. В залі розвішані вислови про математику, математичні газети.

Ведучий 1. Доброго вечора, шановні добродії!

Ведучий 2. Ми раді вітати всіх вас на інтелектуально-розважальній грі «Я люблю математику».

(Звучать позивні гри – на мелодію пісні П. Зіброва «Хрещатик»).

Геометрію люблю,
Алгебру я хочу знати.
З гордістю ім'я ношу –
Математик, математик.

Ведучий 1. Дві команди юних математиків готові до початку гри. *(Кожна команда складається з 6 учасників. Представлення членів команди та її назви, яку заздалегідь обирають учасники)*. Просимо привітати високоповажне журі, яке буде стежити за ходом нашої гри. *(Представлення членів журі).*

Ведучий 2. Гра складається з п'яти раундів. Переможці будуть гідно нести звання кращого математика школи і передадуть його переможцям наступної гри.

Ведучий 1. Розпочинаємо 1 раунд. *(Звучать позивні гри)*.

Ведучий 2. Раунд називається **«Логіка та інтуїція»**. За кожну вірну відповідь команда одержує 2 бали. Завдання для команди… Прослухайте короткий зміст новели М. Зощенка «Дуже цікаве оповідання».

В перші тижні Великої Вітчизняної війни (1941-1945) гітлерівці наближались до села. Сім'я готувалася до евакуації. Мама відрахувала від ганку 30 кроків, разом з бабусею викопали яму й заховали там скриню з цінними речами. Син вмів рахувати лише до десяти, тому відрахував 10 кроків, викопав ямку й заховав свої дитячі скарби. Скінчилася війна і сім'я повернулася додому. Мама відрахувала 30 кроків, вирила скриню. Хлопчик теж відміряв 10 кроків від ганку і в присутності своїх друзів почав копати, але свого скарбу не знайшов. Діти почали сміятися та хлопчик знав, що математика корисна наука, тому він сів на ганку і став думати. Потім він відрахував 5 кроків від ганку і швидко знайшов скарб. *Чому хлопчик вчинив саме так*?

Відповідь. Війна тривала майже 4 роки, а за цей час кроки хлопчика збільшилися вдічі.

Ведучий 1. Завдання для команди …

«Чарівна фраза» *(звучить музика)*.

Одного мандрівника захопило плем'я, вождь якого вирішив стратити полоненого. Будучи мудрою і справедливою людиною, вождь надав мандрівникові право вибору способу страти. Він повинен був сказати лише одну фразу. Якщо вона буде правдивою, то його скинуть з високої скелі, а якщо неправдивою, то віддадуть на розправу левам. Однак мандрівник сказав таку фразу, після якої його відпустили. Що він сказав?

Відповідь. «Мене роздеруть леви». Якби мандрівника віддали на розправу левам, фраза була б правдивою, і його мали б скинути зі скелі. Але якщо його скинуть зі скелі, то фраза буде брехливою. Вождь визнав: єдине правильне рішення – відпустити мандрівника.

Ведучий 2. Друге завдання першого раунду *«Більше, менше»*.

Завдання для команди ... Увага на екран.

$A > B$ у 9 разів, $B < C$ у 4 рази. Яка з нерівностей правильна:

А. $A > C$ Б. $A < C$?

Відповідь. А.

Ведучий 1. Завдання для команди ...

$A > B$ у 4 рази, $B < C$ у 7 разів. Яка з нерівностей правильна:

А. $A > C$ Б. $A < C$?

Відповідь. Б.

Ведучий 2. Третє завдання першого раунду. *Завдання з сірниками.* Виправте рівність так, щоб вона стала правильною, переклавши лише один сірник: VII– IV=X.

Відповідь. VI + IV=X.

Ведучий 1. Завдання для команди … На столі лежить три сірники I I I. Спробуйте забрати середній сірник із середини, не торкаючись його.

Відповідь. Якщо крайній сірник перекласти через один або два сірники, то середній сірник стане крайнім.

Ведучий 2. Підведемо підсумки першого раунду. Слово журі.

Ведучий 1. А зараз музична розминка допоможе командам одержати додаткові бали. Почувши перші акорди пісні, ви повинні виконати той куплет, у якому є числівники. *(Звучить пісня «Ти ж мене підманула»)*

Відповідь. Ти ж казала у вівторок поцілуєш разів сорок…

Ведучий 2. Перед оголошенням другого раунду запрошуємо п'ять математиків-ліриків від вболівальників кожної команди взяти участь у виїзному театральному конкурсі. Вони мають закінчити запропоновану казку і, повернувшись до зали через 25 хвилин, зіграти її в ролях. Текст казки передаємо учасникам виїзного конкурсу.

Ведучий 1. Рахунок… І ми переходимо до другого раунду.

Ведучий 2. Здавна про славу і красу математики, її логічність і послідовність писали не лише видатні математики, а й філософи, письменники і політики.

Ведучий 1. Ми попросили команди до цієї гри познайомитись з висловленнями видатних людей про математику.

Ведучий 2. Ви маєте назвати прізвище того, кому належить вислів, запропонований суперником, і вдало нанести удар у відповідь.

Ведучий 1. Розпочинаємо другий раунд **«Дуель великих»**.

(Звучать позивні гри.) По 4 удари наносить на дуелі кожна з команд. За вірно відгадане прізвище присуджується 1бал, за влучно нанесений удар ще 1 бал. *Наприклад.* Чи знаєте ви, що «Вся математика – це, власне, одне велике рівняння для інших наук».

– Ми погоджуємось з німецьким письменником Новалісом, бо «Люди, які засвоїли великі принципи математики, мають на один орган чуття більше, ніж прості смертні».

– Так вважає англійський природознавець Ч. Дарвін, а «Неук у математиці – стає якоюсь мірою чужинцем у нашому часі».

– Німецький математик XIX століття Е. Ділман був правий, адже «Математику вже навіть тому треба вивчати, що вона розум до ладу приводить». (М. Ломоносов, видатний російський учений, поет).

Ведучий 1. З рахунком … в другому раунді перемогла команда…

Ведучий 2. Наступний конкурс – танцювальний, і команди знову можуть одержати додатковий бал. Під акорди музики ви маєте зобразити певну геометричну фігуру. *(Звучить музика)*

Ведучий 1. Загальний рахунок… І ми розпочинаємо третій раунд.

Ведучий 2. Третій раунд ми назвали **«Віриш – не віриш».** *(Звучать позивні гри)*. Запитання *(проектуються на екран)* кожному учаснику гри ставляться по черзі. За правильну відповідь нараховується 1 бал.

Ведучий 1. Команда … приготувалась: 1. Чи віриш ти, що якщо $\sin\alpha = 0{,}5$, то $\cos\beta = 0{,}5$ при умові, що $\alpha + \beta = 90^0$ *(Так)*

2. Чи віриш ти, що $2^{10} < 10^2$? *(Ні)*

3. Чи віриш ти, що $\log_5 0{,}8 < \log_{0,8} 5$? *(Так)*

4. Чи віриш ти, що $\left(\sqrt{1-\sqrt{3}}\right)^2$ число раціональне? *(Ні)*

5. Чи віриш ти, що $\sin\left(180^0 - \alpha\right) = \cos\alpha$? *(Ні)*

6. Чи віриш ти, що якщо о 12 год. ночі йде дощ, то через 72 год буде сонячна погода? *(Ні, бо буде ніч)*

Ведучий 2. Настала черга команди ...

1. Чи віриш ти, що якщо $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, то $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$? *(Ні)*

2. Чи віриш ти, що твердження «якщо $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, то $\alpha -$ кут другої чверті» правильне? *(Так)*

3. Чи віриш ти, що $5^{\log_{\frac{1}{5}} 2} > 5^{\log_5 \frac{1}{2}}$? *(Ні, вони рівні)*

4. Чи віриш ти, що, якщо два десятки помножити на два десятки, одержимо чотири десятки? *(Ні, 40 десятків)*

5 Чи віриш ти, що півтори третини від ста дорівнює 50? *(Так)*

6. Чи віриш ти, що існує трикутник, висоти якого перетинаються в одній з його вершин? *(Так, це прямокутний трикутник)*

Ведучий 1. З рахунком … у третьому раунді перемогла команда… Ми переходимо до четвертого раунду **«Знайди помилку».**

(Звучать позивні гри.)

Ведучий 2. У цьому раунді вам необхідно знайти помилку в доведенні. Команда, яка швидше виконає завдання, додасть у свою скарбничку 2 бали.

Учень. Зараз я доведу, що 2 = 3. *(Записи проектуються на екран).*

Маємо нерівність: $\frac{1}{4} \rangle \frac{1}{8}$ (1), $(\frac{1}{2})^2 \rangle (\frac{1}{2})^3$(2)**.** Прологарифмувавши нерівність (2), маємо $2\lg\frac{1}{2} \rangle 3\lg\frac{1}{2}$**.** Поділивши обидві частини нерівності на $\lg\frac{1}{2}$, матимемо $2 \rangle 3$. *(При діленні на від'ємне число $lg\frac{1}{2}$ не змінено знак нерівності $\rangle$ на $\langle$).*

Ведучий 2. В четвертому раунді перемогла команда…

Ведучий 1. Повернулись з виїзного конкурсу наші казкарі-актори.

Ведучий 2. Свою інтерпретацію казки демонструє… *(По черзі команди демонструють свій варіант математичної казки).*

«У безмежній країні геометричних фігур жив був кут і звали його Альфа. Найменший кутик прямокутного трикутника. Старші брати його частенько лаяли. Найбільший підсміювався: «Подивись, який я стрункий та прямий, а ти, просто карлик, невидимка». Альфа сидів у кутку і плакав. Поруч жили дружною сім'єю катет та гіпотенуза і дуже бідкались, що не було у них дітей. Якось, помітивши сльози в очах кутика Альфа, вони взяли його за ручки і повели до себев свою родину. Перебуваючи під теплим, широким крилом гіпотенузи поруч з впевненим у собі катетом, кут Альфа почувався добре. І раптом він запитав: «А що станеться, якщо ви поділитесь?»…

Ведучий 1. Ви принесли своїм командам …балів.

(Журі оголошує проміжний результат, знову звучать позивні гри).

Ведучий 2. А ми розпочинаємо п'ятий раунд **«Бліц-турнір»**.

Ведучий 1. Вам будуть запропоновані завдання трьох категорій. Кожен член команди має відповісти на завдання даної категорії. За вірну відповідь команда одержує 1 бал.

Ведучий 2. Перша категорія – *«Означення».* В таблиці ви бачите математичні терміни, означення яких маєте сформулювати. Обираєте їх в порядку черги по одному учаснику від кожної команди.

Похідна	Трапеція	Логарифм	Арифметична прогресія
Висота трикутника	Зростаюча функція	Пірміда	Критичні точки
Медіана трикутника	Косинус довільного кута	Первісна	Геометрична прогресія

(Таблиця проектується на екран).

Ведучий 2. Друга категорія запитань – *«Перевертні».*

Ведучий 1. Сформулюйте теорему, обернену до даної, якщо вона існує. Приготуватися команді ...

1.У рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні.

(Якщо в трикутнику кути при основі рівні, то він рівнобедрений.)

2. Вертикальні кути рівні. *(Оберненої теореми не існує.)*

3. У паралелограма діагоналі в точці перетину діляться навпіл. *(Якщо в чотирикутнику діагоналі в точці перетину діляться навпіл, то цей чотирикутник – паралелограм.)*

4. Якщо сума односторонніх кутів, утворених при перетині двох прямих січною, дорівнює 180^0, то прямі паралельні. *(Якщо дві паралельні прямі перетнуті січною, то сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180^0.)*

5. У паралелограма протилежні сторони і кути рівні. (*Якщо в чотирикутнику протилежні сторони і кути рівні, то цей чотирикутник – паралелограм.)*

6. Дотична до кола перпендикулярна до радіуса, проведеного в точку дотику. *(Якщо пряма, яка проходить через точку кола перпендикулярна до радіуса, проведеного в цю точку, то ця пряма є дотичною до даного кола.)*

Ведучий 2. А зараз запитання для команди ...

1. Якщо різносторонні кути, утворені при перетині двох прямих січною, рівні, то прямі паралельні. *(Якщо дві паралельні прямі перетнуті січною, то внутрішні різносторонні кути, утворені при цьому перетині, рівні.)*

2. Сума суміжних кутів дорівнює 180^0. *(Оберненої теореми не існує).*

3. У рівнобедреному трикутнику медіана є бісектрисою і висотою.

(Якщо в трикутнику медіана є бісектрисою і висотою, то такий трикутник рівнобедрений.)

4. Сума внутрішніх кутів трикутника дорівнює 180^0. *(Оберненої теореми не існує.)*

5. Кожна точка бісектриси кута рівновіддалена від його сторін.

(Якщо точка, що належить куту, рівновіддалена від його сторін, то вона лежить на бісектрисі цього кута.)

6. Діаметр кола, перпендикулярний до хорди, ділить цю хорду навпіл. *(Діаметр кола, який ділить хорду, відмінну від діаметра, навпіл, перпендикулярний до цієї хорди.)*

Ведучий 1. Третя категорія – *«Формули».* На ваших дошках треба записати якомога більше формул. Отже, почали.

1. Формули, за якими можна знайти площу трикутника.

($S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$; $S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin\alpha$; $S=pr$, де r – радіус вписаного кола,

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, *де* p – півпериметр, $S=\frac{abc}{4R}$, де R – радіус описаного навколо трикутника кола та ін.).

Ведучий 2. Формули для обчислення площі ромба, трапеції.

(*Площа ромба:* $S=\frac{d_1\cdot d_2}{2}$, де d_1,d_2 – діагоналі ромба; $S=a\cdot h_a$; $S=a^2\sin\alpha$, *де* a – сторона ромба, α – кут між його сторонами; *формули площі трапеції:* $S=\frac{a+b}{2}h$, де a,b – основи трапеції, h – висота; $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$, де d_1,d_2 – діагоналі трапеції, α – кут між ними.)

Ведучий 1. У цьому раунді перемогла команда…

Ведучий 2. Загальний рахунок… Отож, переможцем інтелектуально-розважальної гри «Я люблю математику» стала команда… Запрошуємо переможців на сцену. *(Нагродження переможців).*

Ведучий 1. Вони – гордість школи, надія науки, майбутнє України.

(Звучить «Гімн математиці»).

При проведенні гри-вікторини «Що? Де? Коли?» учні одержують знання значно простіше, а головне – самостійно. Як для учасників так і для глядачів цікаві запитання сприяють розвитку логічного мислення, фомують в них пізнавальний інтерес. Труднощі, які треба здолати, щоб підібрати запитання та знайти відповіді на них сприяють розвитку пізнавальної самостійності, дають можливість відчути радість відкриття, почуття досягнутої перемоги.

Вимоги, які ставляться до проведення інтелектуальних ігор описані в $[\Gamma]$.

Наведемо для прикладу кілька запитань для проведення гри «Що? Де? Коли?».

1. Видатний математик XX ст. А. М. Колмогоров вважав, що таблиця множення може служити метафорою простоти. А що, на думку вченого, може служити метафорою складності?

Відповідь. Біном Ньютона. У повісті Л. Толстого «Юність» М. Іртеньєв на вступних іспитів до університету згадує біном Ньютона. Герой роману М. Булгакова «Майстер і Маргарита» Коров'єв вигукує знаменитий вислів: «Подумаєш, біном Ньютона!». У романі А. Конан-Дойля «Остання справа Холмса» відомий детектив Шерлок Холмс свідчив: майбутній професор Моріарті в 21 рік «написав трактат про біном Ньютона, який здобув йому європейську популярність і він отримав кафедру математики в одному з провінційних університетів».

2. У 1783 р. французький лікар і натураліст Ф. Коммерсон привіз із Японії рідкісну квітку («японську розу»). На честь першої жінки-математика і астронома Франції Ніколь-Рейн Етабль де ла Брієр (Лепот) він назвав її «потією». Але закріпилася за квіткою інша назва, яку дав їй

французький природодослідник А. Жюссьє. Шановні гравці! А яка ж назва закріпилась за квіткою?

Відповідь. Гортензія. Так виникла легенда про Гортензію Лепот, що зустрічається в деяких біографічних довідниках. Плутанину розкрив ще у 1803 р. французький астроном Ж. Лаланд, який високо цінував наукові заслуги мадам Лепот (1723-1788).

3. Французький письменник Віктор Гюго якось помітив, що людський розум володіє трьома ключами, які дозволяють людям знати, думати, мріяти. Два з них – букви і ноти. А який же третій ключ?

Відповідь. Цифра.

4. У XV ст. арифметику називали «малим мистецтвом», алгебру – «великим мистецтвом». А чим вважав геніальний італійський художник і вчений Леонардо да Вінчі механіку?

Відповідь. «Раєм математичних наук» називав механіку Леонардо да Вінчі. Як інженер він висловив ряд геніальних гіпотез (наприклад, що Земля – лише одне з небесних тіл і не є центром Всесвіту) і залишив ряд проектів механізмів (самохідний деревяний візок – прообраз сучасного автомобіля, обертальний міст), літальних апаратів (крилатий планер), акваланг тощо.

5. Про себе він говорив: «Я навчився рахувати раніше, ніж читати».

Сучасники розуміли його велич, про що свідчить напис, викарбований на медалі в його честь: «Король математики». Назвіть ім'я вченого.

Відповідь. К. Гаусс.

6. Розглянемо доведення від супротивного, яке блискуче проведено в епіграмі російського поета і драматурга XVIII ст. П. Сумарокова:

«Что Клав меня лечил, слух этот, друг мой, лжив:
Когда б то было так, то как же б я был жив?».

Отже, доведіть, що твердження: «Клав лікував автора» – хибне.

Відповідь. Припустимо, що це твердження істинне. Тоді виходило б, що автор помер. Але немає сумніву, що ми розбираємо рядки написані автором у той момент, коли він був живий. Отже, припущення, що Клав лікував автора, хибне.

7. Англійський король одного разу сотні років тому витягнув вперед праву руку і заявив: «Відстань від кінчика мого носа до великого пальця руки буде служити для всього мого народу мірою довжини і називатися ...

Відповідь. Ярд. 1 ярд = 3 фути = 36 дюймів = 0,9144 м.

8. Видатний російський письменник умів знайти навіть у математиці можливості літературного самовираження (образи і характери, взаємини людей і події). В своєму всесвітньо відомому романі, що описує події Вітчизняної війни 1812 р., він ввів поняття диференціала історії. Назвіть ім’я письменника, для якого «насолода не у відкритті істини, а в її шуканні».

Відповідь. Поняття диференціала історії Л. Толстой описує у романі-епопеї «Війна і мир» (1863-1869). («Только допустив бесконечно-малую единицу для наблюдения – дифференциал истории, то есть однородные влечения людей, и достигнув искусства интегрировать (брать суммы этих бесконечно-малых), мы можем надеяться на постигновение законов истории»). У романі діє більше 550 героїв, 200 з них – історичні особи.

9. У романі «Із Землі до Місяця» французький письменник-фантаст Жуль Верн писав: «Один німецький математик запропонував спорядити наукову експедицію в сибірські степи. Там, серед широких рівнин, можна було б за допомогою рефлекторів висвітити гігантські геометричні фігури, і до того ж настільки яскраві, що їх буде видно з Місяця, наприклад …». Які геометричні фігури мав на увазі Жуль Верн?

Відповідь. «Трикутник Піфагора, який жартома називають «піфагорові штани»». Фантаст вважав, що теорема Піфагора справедлива скрізь, тому жителі будь-якої планети повинні зрозуміти такий сигнал. Адже математику вважають універсальною мовою Всесвіту!

10. Йому приписують вислів: «Все є число». До числа він хотів звести весь світ і математику. На його дослідження значний вплив мали філософія та релігія Сходу. Він вперше розділив числа на парні і непарні, прості і складені. Хто він цей старогрецький вчений?

Відповідь. Піфагор.

В 5-7 класах при проведенні математичних ранків можуть працювати математичний кіоск, математична лотерея. Наприклад, математичний кіоск можна оформити у вигляді вітрини з розділами: 1) кросворди; 2) ребуси; 3) розрізні фігури; 4) софізми; 5) «Поміркуй!» 6) математична лотерея з текстами задач на великому «барабані» для обертання та таблицею «тиражу лотереї, в якій вказані виграші за вірно розв’язану задачу..

Відповідальний за роботу кіоску видає потрібні матеріали, зокрема, тексти задачі збирає їхні відповіді. В кінці ранку оголошується про кількість очок кожного з учасників гри та вручаються призи.

2.3. МАТЕМАТИЧНІ СТІННІВКИ І ПРОЕКТИ

Основна мета випуску математичної стіннівки – популяризація математичних знань серед учнів, висвітлення математичного життя школи. В ній подаються біографії видатних математиків, розповіді про відомі математичні відкриття, історичні задачі. Стіннівка може містити: цікаві задачі пізнавального характеру, математичні софізми, головоломки, ребуси, шаради та кросворди, задачі-жарти; оригінально доведені теореми або виведені учнями формули, цікаві конструкції саморобних наочних посібників з математики. Тут можна вміщувати кращі задачі, складені учнями, задачі для підготовки до математичної олімпіади та завдання її першого туру. В наступних номерах наводяться відповіді і кращі учнівські розв’язки цих задач, результати олімпіади і прізвища переможців. У деяких стіннівках можна подати список новинок науково-популярної літератури з математики та її короткий зміст.

У сучасних умовах інформатизації суспільства можна запропонувати учням теми математичних проектів як один з різновидів позакласної роботи. Метою методу проектів є створення сприятливих умов, за яких учні самостійно й охоче отримують знання з різних джерел, вчаться використовувати знання для розв'язання нових пізнавальних і практичних завдань; удосконалюють комунікативні вміння, працюючи в групах; розвивають дослідницькі вміння та аналітичне мислення.

Основні вимоги щодо використання методу проектів:

- формулювання значущої у дослідницькому і творчому аспектах проблеми (задачі), вирішення якої потребує інтегрованого знання, дослідницького пошуку;
- практична, теоретична і пізнавальна значущість передбачуваних результатів;
- самостійна (індивідуальна, парна, групова) діяльність учнів;
- структуризація змістовної частини проекту з визначенням результатів окремих етапів;
- використання дослідницьких методів передбачає певну послідовність дій: обговорення методів дослідження, способів оформлення кінцевих результатів, збір, систематизація, аналіз отриманих даних, підбиття підсумків, оформлення результатів та їхня презентація, висновки, висунення нових проблем для дослідження.

Вибір тематики проектів може бути різним: а) учитель визначає тематику з урахуванням навчального матеріалу з математики; б) учні самі обирають теми, які відповідають їхнім пізнавальним, творчим, прикладним інтересам, особливо, в проектах для позаурочної діяльності.

Теми для стіннівок, які можна запропонувати учням як теми проектів

1. Системи літочислення. Календарі народів світу.
2. Історія вітчизняної математики.
3. Українські математики – лауреати премії Філдса.
4. Учені-математики рідного краю.
5. Математичні парадокси.
6. Числа з цікавими властивостями.

7. Фігури, назва яких містить імена їхніх творців («сніжинки Коха», лінія Мебіуса, «килим Серпінського» тощо).
8. Іменні формули і теореми в математиці.
9. Цікаві пам'ятники математиці і математикам. Історія числа π.
10. «Золотий переріз» в математиці і мистецтві.
11. Визначні задачі давнини.
12. Історія виникнення деяких математичних термінів.
13. Магічні квадрати.
14. Геометрія на сірниках.
15. Числа Фібоначчі.
16. Піфагорові числа.
17. Симетрія в математиці та природі.
18. Тріумф великої теореми Ферма.

Висловлювання про математику та математиків

Здавна про красу математики, логічність, стислість, її важливі результати писали не лише математики, а й філософи, письменники, політики. Часто їхні влучні висловлювання про математику та її розвиток ставали крилатими афоризмами. В них дається оцінка діяльності окремих математиків та наукових шкіл, розкриваються взаємозв'язки між різними галузями математики. На думку В. Бевз, що майбутній учитель математики має добре знати відомості про авторів афоризмів, цитат і висловлювань, вміти донести до учнів зміст та ідейне значення цитат.

Сподіваємось, що дана підбірка допоможе підвищити інтерес до математики і дасть інформацію про глибинний математичний світ.

- Вся математика – це одне велике рівняння для інших наук…

  Новаліс, німецький письменник

- Ідеї часто залишаються безплідними в руках людей звичайних, а вмілі математики дістають з них неабияку користь.

  Г. Монж,французький математик

- Золото випробовується вогнем, а обдарування математикою.

  Л. Пачолі, італійський математик

- Математика – це мова, якою записані закони природи.

  Г. Галілей, італійський учений

- Математика тренує розум для математичних істин, а письменство – для моральних.

  Ж. Жубер, французький письменник

- Математика – це наука, що розглядає кількість у матеріальних об'єктах, або наука, що вивчає кількість абстрактну, не зачіпаючи того, чи вона міститься в матеріальних тілах, чи поза ними.

Ф. Прокопович, український письменник, вчений

- Без математики – не збагнути глибин філософії, без філософії – не збагнути нічого.

Ж. Мордас-Демулен, французький вчений

- Математика – наука велика, пречудовий витвір однієї з найблагородніших здібностей людського розуму.

Д. Писарєв, російський письменник

- Розквіт і довершеність математики тісно пов'язані з добробутом держави.

Наполеон Бонапарт, французький полководець, імператор Франції

- Геометрія є прообраз краси світу.

Й. Кеплер, німецький астроном і математик

- Математика – це мова природи.

Дж. Гіббс, американський фізик

- Серед усіх наук, що відкривають людству шлях до пізнання законів природи, наймогутніша… наука – математика.

С. Ковалевська, російський математик

- Історія людської думки, що ігнорує в ній роль математики, – це наче постановка на сцені «Гамлета», якщо не без самого Гамлета, то в усякому разі без Офелії.

А. Уайтхед, англійський математик

- Математика – це класифікація і вивчення усіх можливих закономірностей.

В. Сойер, американський математик

- Перша умова, якої варто дотримуватись у математиці, – це бути точним, друга – бути ясним і, наскільки можливо, простим.

Л. Карно, французький математик

- Математику слід вивчати в школі і з тією метою, щоб одержані тут знання були достатні для звичайних потреб у житті.

М. Лобачевский, росіський математик

- Математика – королева і слуга наук.

Е. Белл, американський математик

- Найкращий спосіб вивчити що-небудь – це відкрити самому.

Дж. Пойа, американський математик

- Головна мета навчання математики – розвинути певні здібності розуму, а між цими здібностями інтуїція аж ніяк не найменш цінна.

А. Пуанкаре, французький математик

- Математика – наука молодих… Заняття математикою – гімнастика розуму, для якої потрібні вся гнучкість і витривалість молодості.

Н. Вінер, американський математик

- Математику і властивий їй стиль мислення треба, безумовно, розглядати як історичний елемент культури сучасної людини.

Ю. Митропольський, український математик

- Предмет математики настільки серйозний, що не варто упускати жодної можливості зробити його більш захоплюючим.

Б. Паскаль, французький математик, фізик

- Математика – найкоротший шлях до самостійного мислення.

В. Каверин, російський письменник

- Уся математика, як наука , історично розвинулася з практики.

Д. Граве, український математик

- Математика змушує підкорятись лише аргументам і фактам, виховує інтелектуальну чесність і правдивість.

Г. Бевз, український вчений -методист

2.4. МАТЕМАТИЧНІ ВІКТОРИНИ

Вікторини часто проводять на математичних ранках і вечорах, адже це своєрідне змагання між учасниками вечора. Їх можна використовувати як в роботі математичного гуртка, так і на уроках. Зміст і кількість вправ, включених у вікторину, залежить від форми її використання. На математичному вечорі з його порівняною масовістю і властивими йому певною мірою рисами «вечора відпочинку» краще запропонувати вікторину з 8-10 неважкими усними завданнями. На заняттях математичного гуртка можна провести вікторину, що складається з 5-6 важчих вправ (усних і, частково, письмових.). З метою закріплення, повторення вивченого матеріалу на уроках корисно проводити тематичні вікторини (наприклад, «Прогресії», «Функції», «Похідна»).

Завдання учасникам вікторини можна пропонувати різним способом: або виразно читаючи один-два рази текст («слухові» вправи), або читаючи і разом записуючи на дошці (проектуючи на екран) дані завдання («зорові» вправи). В окремих випадках бажано спроектувати на екран повний текст задачі, малюнок, схему тощо.

Оскільки у вікторині беруть участь учні різного рівня підготовки, то її запитання мають бути різного рівня складності. Запитання зачитує ведучий (учитель чи учень). На обдумування відповіді відводиться певний час (залежно від складності запитань). При підготовці до вікторини корисно визначити для кожної вправи кількість балів за правильну відповідь.

Переможець визначається за сумою набраних балів.

5-6 КЛАСИ

Жартівливі і «підступні» запитання

1. Десять телеграфних стовпів стоять рядком. Відстань між двома сусідніми стовпами 50 м. Яка відстань між крайніми стовпами? *(450 м)*

2. 5 картоплин зварилося в каструлі за 30 хв. За скільки хвилин зварилась одна картоплина? *(За 30 хв.)*

3. Двоє батьків і двоє синів поділили між собою порівну 30 грн, при цьому кожен з них дістав по 10 крб. Як це могло статись? *(Дідусь, син і внук)*

4. Скільки одержимо десятків, якщо два десятки помножити на три десятки? *(60 десятків)*

5. Годинник з боєм відбиває щогодини один удар за 1 секунду. За який час годинник відіб'є 12 годин? *(За 11 с.)*

6. Скільки буде тричі по 40 і 5? *(*$3 \cdot 45 = 135$

7. Велосипедисти одночасно виїхали назустріч один одному. Один з міста А з швидкістю 20 км/год, а другий з міста В з швидкістю 15 км/год. Який з велосипедистів буде ближче до міста А в момент зустрічі? (На однаковій відстані)

8. Два землекопи викопують 2 м канави за 2 години. Скільки землекопів за 5 годин викопають 5 м канави? *(2 землекопи)*

9. Батька громадянина звати Микола Петрович, сина громадянина – Олексій Володимирович. Як звати громадянина? *(Володимир Миколайович)*

10. На одній шальці терезів лежить цеглина, а на другій – половина такої самої цеглини і гиря в 1 кг. Ваги в рівновазі. Скільки кілограмів важить цеглина? *(2 кг)*

11. Літак долає віддаль між містами А та В за 1 год.20хв. Зворотний шлях він робить за 80 хв. Як це пояснити? *(1 год. 20 хв.= 80 хв.)*

12. Два батька і два сина спіймали трьох зайців, а дісталось кожному по одному. Як це могло статись? *(Дідусь, його син і внук*)

13. Скільки кінців у 3 палок? У 4 з половиною палок? *(6; 10)*

14. Двоє хлопчиків грали в шахи 40 хв. Скільки хвилин грав кожний хлопчик? *(40 хв.)*

15. Який знак, що застосовується в математиці, слід поставити між числами 4 і 5, щоб дістати число, більше за 4 і менше за 5? *(Кому)*

16. Як з трьох сірників, не ламаючи їх, зробити 4? *(IV)*

17. З трьох однакових на вигляд кілець одне трохи легше від двох інших. Як з допомогою лише одного зважування виявити це кільце?

18. За 3 хвилини колоду розпиляли на півметровки, причому кожне

розпилювання займало одну хвилину. Знайти довжину колоди. *(2 м)*

19. Хочуть 30 яблук розкласти на три купки так, щоб число яблук у кожній купці було непарним. Чи можна це зробити? *(Не можна)*

20. На запитання «Хто зображений на портреті, що висить на стіні?» чоловік відповів «Батько того, що висить на стіні – єдиний син батька, що говорить». Чий же був портрет ? *(Онук)*

6 КЛАС

Усні вправи та за задачі, жартівливі задачі

1. Знайти добуток послідовних цілих чисел, який починається з числа -5 і закінчується числом 5. *(0)*

2. $\frac{2}{3}$ числа дорівнює $\frac{3}{5}$ його. Назвіть це число? *(0)*

3. Знайти такі числа, добуток яких 24 і частка від ділення більшого числа на менше також 24. *(24 і 1)*

4. Одне яйце варять 4 хв. Скільки хвилин треба, щоб зварити 5 яєць? *(4хв)*

5. Виписано підряд всі числа від 1до 99. Скільки разів написана цифра 5? *(20 раз)*

6. Як число 1888 поділити на дві частини, щоб у кожній половині вийшло по тисячі? *(Провести посередині горизонтальну лінію)*

7. З чотирьох п’ятірок і знаків арифметичних дій, отримати число 100. (*Наприклад, (5+5)×(5+5), або* $(5\cdot 5-5)\cdot 5$)

8. Знайти зменшуване і від’ємник: $****-***=1$ *(1000-999 = 1)*

9. Скільки буде півтори третини від ста? *(50)*

10. Як розставити 12 солдатів у прямокутній фортеці щоб біля кожної стіни стояло по 4 солдати? *(Поставити по одному солдату у кожному із чотирьох кутків (вершин) фортеці, а потім ще по 2 солдати біля кожної стінки)*

11. При множенні 564 на 232 в добутку дістали 131848. Чи правильно виконане множення? *(Ні)*

12. Написано цифри 1, 2, 3 ,4, 5. Не змінюючи порядку цифр, поставте між ними знаки арифметичних дій так, щоб утворилось число 100. Переставляти цифри заборонено. ($(1+23-4)\cdot 5$ *або* $(1\cdot 2+3)\cdot 4\cdot 5$)

13. У змаганнях з шахів беруть участь 4 шахісти. Кожен з них грає по одному разу з рештою гравців. Скільки всього буде зіграно партій? *(6 партій)*

14. Половина від половини числа рівна половині. Яке це число? *(2)*

15. Розділити десять апельсинів порівну між дванадцятьма особами, при

умові, що різати кожний аельсин можна не більше як на 3 рівні частини. *(6 апельсинів розрізати пополам, а а кожний з решти – на 3 рівні частини, потім даємо кожній особі по половині і одній третині апельсина)*

16. Як вишикувати загін із 20 бійців у 4 ряди, щоб у кожному ряду було по 6 бійців? *(Вишикувати загін у вигляді квадрата)*

17. У кожному з чотирьох кутів кімнати сидить кіт. Навпроти кожного сидить по 3 коти. Скільки всього котів у кімнаті? *(4 коти)*

18. Є 4 шматки ланцюга. Три на 4 ланки і один – на 2 ланки. Як з'єднати ці шматки в один ланцюг, щоб число розкованих (а потім скованих) було найменше? *(Розкувати ланцюг, який має 2 ланки. Цими ланками скувати інші три ланцюги)*

19. На столі стоїть в ряд 6 склянок: перші три з водою, решта – порожні. Що треба зробити, щоб порожня склянка чергувалася зі склянкою з водою? Брати можна лише одну склянку і один раз.

(Взяти другу склянку і перелити з неї воду в передостанню)

20. Щука важить стільки, скільки важить кілограм та ще півщуки. Яка вага щуки? *(2 кг)*

7-8 КЛАСИ

Усні вправи з математики, алгебри і геометрії

1. Якщо квадрат і ромб мають рівні сторони, то площа якої фігури більша? *(Площа квадрата більша, оскільки висота ромба менша за його сторону)*

2. У трикутника відрізали три кути. Скільки кутів залишилось? *(6 кутів)*

3. Чи існують трикутники, в яких середини трьох висот лежать на одній прямій? *(Всі прямокутні трикутники)*

4. Як записати число 1024 за допомогою трьох четвірок і знаків дій (включаючи піднесення до степеня)? *(*$4^4 \cdot 4$*)*

5. Сума, добуток і частка яких двох чисел рівні між собою? *(0,5; -1)*

6. Щоб перевірити чи вирізаний кусок тканини має форму квадрата, кравчиня перегинає його по кожній з діагоналей і переконується, що краї обох частин співпадають. Чи достатньо такої перевірки?

(Ні, оскільки вказані дії задовольняють також і ромб)

7. Недалеко від берега стоїть корабель. З нього спущено на воду за борт мотузяну драбину. На ній 10 щаблів, відстань між якими 30 см. Найнижчий щабель торкається води. Океан спокійний, але починається приплив, який підіймає воду щогодини на 10 см. Через скільки годин вкриється водою третій щабель? *(Щабель не може вкритися водою, бо під час припливу корабель піднімається разом з водою)*

8. 2 півні можуть розбудити своїм співом одну людину. Скількох людей розбудять співом 6 півнів? *(Всіх людей поблизу)*

9. Чи може четвертий степінь цілого числа закінчуватися 4? *(Ні)*.

10. Знайти найбільше значення виразу $3-(5+x)^2$. *(3)*

11. Коли моєму батькові минув 31 рік, мені було 8 років. А тепер батько старший від мене вдвічі. Скільки мені тепер років? *(23 роки)*

12. Сума двох непарних чисел ділиться на п'ять. Якою цифрою закінчується сума кубів цих чисел? *(0)*

13. Як поділити рівносторонній трикутник на 3 частини так, щоб з них можна було скласти два рівних між собою ромби? *(Провести дві середні лінії)*

14. Паралелограм і прямокутник мають рівні основи і периметри. Площа якої фігури більша? *(Прямокутника)*

15. Чи можуть бути перпендикулярними радіус і хорда, проведені з однієї і тієї ж точки? *(Ні)*

16**.** *Як* розставити 16 стільців, щоб біля кожної з чотирьох стін стояло по 5 стільців? *(Щоб поставити 5 стільців біля кожної стіни, треба покласти по одному стільцю в кожному кутку, а потім ще по три стільці біля стін.)*

17. Рибалка ловив рибу. На запитання: «Скільки ти впіймав риби?», – відповів: «Половину восьми, шість без голови, дев'ять без хвоста». Скільки ж це? *(Жодної: 8, 6, 9 – скрізь отримуємо нуль)*

18. *Старовинна задача.* Два батька і два сина спіймали трьох зайців, а дісталось кожному по одному зайцю. Запитується: як це могло статись ? *(Це були дідусь, його син і внук)*

19. Всі висоти трикутника перетинаються в одній з вершин.Який це трикутник? *(Прямокутний)*

20. На глобусі через один градус проведені паралелі. Скільки всього кіл побудовано на глобусі? *(179)*

9 КЛАС

Усні вправи з алгебри та геометрії, «підступні» запитання

1. Різниця квадратів двох послідовних натуральних чисел дорівнює 81. Знайдіть ці числа. *(40 і 41)*

2. Що більше: 10^{20} чи 20^{10}? *(Більше 10^{20})*

3. На скільки сума всіх парних чисел першої сотні більша суми всіх непарних чисел цієї сотні? *(на 50)*

4. Не виконуючи дії, сказати, чи ділиться число 9432 на 36? *(Так)*

5. Чи можна з 36 сірників, не ламаючи їх, скласти прямокутний трикутник? *(Можна, прямокутний трикутник зі сторонами 9; 12; 15)*

6. З 8 однакових на вигляд куль одна дещо важча за інші. Яка потрібна

найменша кількість зважувань, щоб виявити трохи важчу кулю.

7. В записі 88888888 поставте між деякими цифрами знаки додавання так, щоб в сумі отримати 1000. *(888+88+8+8+8)*

8. Всі висоти даного трикутника перетинаються в одній з вершин. Який це трикутник? *(Прямокутний)*

9. Десятилітровий бідон наповнений водою. Як за допомогою семилітрового і трилітрового бідонів відлити з нього п'ять літрів води? *(Наповнити семилітровий бідон, відлити з нього за допомогою трилітрового бідону 6 л води у десятилітровий бідон, а залишок (1л) у трилітровий. Ще раз наповнити семилітровий бідон, відлити з нього 2 л у трилітровий)*

10. О третій годині настінний годинник відбиває 3 удари за 6 секунд. За скільки секунд цей годинник відіб'є 6 ударів о шостій годині?*(За 15с. Між трьома ударами 2 проміжки, отже, 1 проміжок триває 3 с.)*

10-11 КЛАСИ

Усні вправи з алгебри та геометрії, «підступні» запитання

1. Що більше: $cos 40^0$ чи $\sin 50^0$? *(Рівні)*

2. Чи можна побудувати 6-кутну піраміду, в якої всі ребра рівні? *(Ні)*

3. В одній області 10 міст і будь-які два міста з'єднані шосейною дорогою. Скільки всіх шосейних доріг, що з'єднують міста цієї області? *(45)*

4. Якщо від задуманого тризначного числа відняти 7, то одержане число поділиться на 7, якщо від задуманого числа відняти 8, то результат поділиться на 8, якщо відняти 9, то результат поділиться на 9. Яке число задумали? *(504, найменше спільне кратне чисел 7, 8, 9)*

5. Який знак має вираз $\sin(\cos \pi)$? *(Мінус)*

6. Чи існують піраміди, в яких бічні ребра і бічні грані однаково нахилені до площини основи, причому основою піраміди є трапеція? *(Ні)*

7. Чи має рівняння $\lg(2-x)-\lg(x-3)=3$ розв'язки? (*Ні. ОДЗ даного рівняння визначається системою нерівностей, яка не має розв'язку)*

8. Як, маючи два бідони місткістю 5 л і 9 л, набрати з криниці рівно 3 л води?

9. Периметр трикутника дорівнює 1 км. Чи може радіус описаного навколо цього трикутника кола бути більшим 1км? *(Може, якщо один з кутів трикутника тупий і його градусна міра близька до 180^0)*

10. Яким найменшим числом площин можна обмежити частину простору? *(Чотирма площинами, що утворюють трикутну піраміду)*

11. 1 коштує 2 гривні, 12 коштує 4 гривні, 123 коштує 6 гривень, 1234 коштує 8 гривень. Що я купував? *(Цифри для позначення номеру квартири)*

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНИХ ВІКТОРИН З ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ

1. Які числа у стародавні часи називали боргом? *(Від'ємні)*

2. Аристотель сказав:«Ми з насолодою пізнаємо математику… Вона захоплює нас, наче квітка лотоса». Символ якого числа була квітка лотоса в Стародавньому Єгипті та Китаї? *(1000)*

3. Яке велике творіння давньогрецької математики лежить в основі підручника геометрії для середньої школи в усіх країнах світу? Хто її автор? *(«Начала» Евкліда, написані в IV ст. до н. е.)*

4. Кому з старогрецьких учених приписують вислів: «Дайте мені точку опори – і я зрушу Землю!»? *(Архімеду)*

5. Кому з відомих математиків давнини належить вислів «В геометрії немає царського шляху»? *(Евкліду)*

6. Який видатний сучасний математик насправді ніколи не існував? *(Н. Бурбакі – псевдонім, яким колектив відомих французьких вчених, зокрема, А. Вейль, Ж. Дьєдоне А. Картан, підписував свої праці)*

7. Перша у світі жінка – професор математики? *(С. Ковалевська)*

8. Назвіть ім'я першої жінки-математика. *(Гіпатія)*

9. На честь якої відомої жінки-математика названа одна з кривих ліній? *(На честь італійського математика Марії Гаетани Аньєзі плоску криву, виражену рівнянням $y(x^2+a^2)=a^3$, назвали «локон Аньєзі»)*

10. Де вперше з'явились від'ємні числа? *(Китай, II ст. до н. е.)*

11. На будинку якої академії було написано: «Хто не знає геометрії – хай сюди не входить? *(На академії Платона)*

12. Хто вивів формули об'єму та поверхні кулі? *(Архімед)*

13.Хто вперше використав латинське слово *limes* (границя, межа) для позначеннгя границі? *(І. Ньютон)*

14. Хто першим визнав нуль коренем рівняння, тобто, числом? *(А. Жирар)*

15. Хто вперше сполучив знак кореня з горизонтальною рискою $\vee \overline{a+b}$, тобто, ввів сучасний знак кореня? *(Р. Декарт)*

16. У 1865 р. у Парижі було введено математичне позначення завдяки типографській помилці. Назвіть його. *(Знак $\%$)*

17. Хто першим розробив метод координат і застосував його для дослідження ліній? *(П. Ферма (1836) на рік раніше за Р. Декарта і більш систематизовано виклав метод координат, ввів прямолінійні координати, систему координат, якою ми нині користуємося, називають декартовою)*

18. Хто систематизував і розвинув вчення про правильні многогранники? *(Евклід)*

19. Це слово в математичному сенсі стали вживати з XIX ст. завдяки німецькому художнику А. Дюреру. Математичне означення поняття дав німецький математик Р. Дедекінд. Назвіть його. *(Нескінченність)*

20. Як називається нині математичний термін, що зявився ще XIX ст., а в 1916 р. його рекомендували читати «п-захоплення»? *(Факторіал)*

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ГРИ-ВІКТОРИНИ «ВИДАТНІ МАТЕМАТИКИ»

Подані нижче запитання можна використати і при проведенні інтелектуальної гри *«Доганялки»*. В ній беруть участь 2-3 команди, перед кожною з яких ставляться запитання і подаються 3 підказки. За відповідь після першої підказки команда одержує 3 бали, після другої – 2 бали, а після третьої – 1 бал. Якщо відповідь команди невірна,то інші команди продовжують відповідь. За правильну відповідь чи за доповнення відповіді суперників команда отримує додатковий бал.

1. Старогрецький філософ і логік заснував у Афінах філософську школу (Лікей), яка проіснувала кілька століть.

2. З 343 р. був вихователем майбутнього видатного полководця Олександра Македонського.

3. Він добре знав елементарну математику, висловлював глибокі міркування про границю і нескінченність, розв’язав задачу про додавання сил. ***(****Аристотель****)***

1. Старогрецький математик, астроном, полководець, послідовник Піфагора, вперше систематично займався механікою, побудував автоматичного дерев'яного голуба, який міг літати.

2. Одну з кривих обертання восьмого порядку, яка є результатом перерізу тора й циліндра, названо його ім’ям.

3. Вчений вперше розв’язав знамениту задачу про подвоєння куба та описав три види відомих пропорцій – арифметичну, геометричну і гармонійну. *(Архіт Таренський)*

1. Старогрецький винахідник створив еоліпіл (прообраз парової реактивної турбіни), прилад для вимірювання довжини шляху (прообраз сучасного таксометра), автомат для продажу води, водяні годинники.

2. Займаючись питаннями геодезичних робіт, не лише розробив правила знімання планів земельних ділянок, що ґрунтуються на способах, близьких до сучасного методу координат, а сконструював прилад для вимірювання кутів на місцевості.

3. Формула для визначення площі трикутника за трьома сторонами названа його ім’ям, хоч середньовічні арабські вчені приписують її Архімеду. *(Герон Александрійський****)***

1. Старогрецький математик III ст. – один із основоположників алгебри

– мав уявлення про від’ємні числа і буквену символіку.

2. Праці вченого в галузі теорії чисел послужили основою для досліджень П.Ферма, Л.Ейлера, К.Гаусса та ін. У теорії чисел два великих розділи названі на честь старогрецького вченого – теорія..., рівнянь і теорія … наближень.

3. Про його віхи життя і вік можна дізнатися лише з епітафії – надпису на надгробку, складеному в формі математичної задачі.

(Діофант Александрійський)

1. До нас дійшов лише один твір цього відомого індійського вченого, значна частина якого присвячена арифметиці й алгебрі. В ньому він використовував від’ємні числа, нуль і виконував над ними дії.

2. Вчений сформулював правило розв’язування квадратних рівнянь, які мають дійсні розв’язки; займався розв’язуванням лінійних рівнянь з двома невідомими та інших невизначених рівнянь у цілих числах, ввів правило побудови прямокутних трикутників з раціональними сторонами.

3. Його ім’ям названа формула обчислення площі чотирикутника за сторонами. *(Брахмагупта)*

1. Індійський вчений XII ст. у своєму трактаті з математики виклав методи розв’язування деяких алгебраїчних задач та спосіб добування коренів, вказавши на двозначність квадратного кореня з додатного числа.

2. У трактаті «Обчислення коренів» подаються задачі, які можна розв’язати за допомогою квадратних рівнянь.

3. Трактат «Лілаваті» (Красуня) серед інших містить задачі про мавп і бджіл, написаних автором у віршованій формі. *(Бхаскара ІІ)*

1. У праці «Про доведення задач алгебри…» він перший серед математиків створив теорію розв’язування рівнянь до третього степеня включно і дав загальну класифікацію всіх рівнянь.

2. Вчений дав перше означення алгебри як науки про визначення невідомих величин, які перебувають у деяких співвідношеннях з відомими величинами. А його ідеї застосування алгебри в геометрії нагадують погляди творця аналітичної геометрії Р.Декарта.

3. Персидський вчений здобув світову славу і як поет, майстер рубайї (чотиривірша). *(Омар Хайям)*

1. Сучасний вигляд тригонометрії надав цей швейцарський учений, який жив у XVIII ст. З 20 років він працював у Російській АН, в 26 років став академіком.

2. Він вніс значний вклад в розвиток різних наук, написавши 886 наукових праць з математики, фізики, астрономії тощо.

3. Його називають «батьком теорії графів». (*Л. Ейлер)*

1. Він – організатор і перший президент Берлінської АН, ідейний

натхненник сучасних обчислювальних машин.

2. Розробка основ математичного аналізу закінчена ним незалежно від І. Ньютона, але між ними довго велась суперечка про пріоритет.

3. Вчений ввів багато термінів і символів математичного аналізу: функція, диференціал, диференціальне числення, диференціальне рівняння, абсциса, ордината, координата, інтеграла, диференціала тощо. *(Г. Лейбніц)*

1. Назву лише кілька математичних праць, написаних цим англійським математиком: «Відомості з теорії детермінантов», «Математичні курйози», «Евклід.

2. Свої праці з логіки вчений підписував власним ім’ям. Лише під творами «Логічна гра» і «Символічна логіка» поставив літературний псевдонім, щоб їх прочитало якнайбільше людей, зокрема, і зацікавлені математикою підлітки.

3. Прочитавши його книгу «Пригоди Аліси в Країні чудес», королева Англії наказала подати їй всі книжки цього казкаря. На кожній сторінці з принесеної паки книг автора рясніли формули та незрозумілі терміни. Королева не знала, що написав казку математик, більш відомий під псевдонімом Льюїс Керролл. *(Ч. Л. Доджсон)*

1. Цій російській жінці у 1884 р. Геттінгенський університет присудив заочно і без екзаменів ступінь доктора «з найвищою похвалою».

2. Всесвітнє визнання і славу їй принесла праця «Про обертання твердого тіла навколо нерухомої точки» (1888), надіслана на конкурс оголошений Паризькою АН. Її автору була вручена премія (замість обіцяних трьох тисяч – п'ять тисяч франків).

3. Англійський вчений Дж. Сильвестр присвятив першій російській жінці-професору, члену-кореспонденту Петербурзької АН сонет, в якому назвав її «небесною музою». *(С. Ковалевська)*

1. Академік П. Александров вважав, що вона «найвидатніша жінка-математик з усіх, які коли-небудь існували».

2. Вчена внесла значний вклад у теорію ідеалів, розробляла питання некомутативних алгебр.

3. Створений нею новий напрямок у алгебрі – абстрактна алгебра – дав можливість проникненню алгебраїчних понять і алгебраїчних методів у інші математичні теорії. *(Е. Нетер)*

1. Американський математик, удостоєний найвищої нагороди для людей науки в Сполучених Штатах Америки – Золотої Медалі Вченого, в 14 років вивчив вищу математику, а в 18 років став доктором філософії.

2. У роки Другої світової війни вчений перший у світі запропонував батареям зенітних установок відмовитися від практики ведення вогню по окремих цілях, а розробив нову дієву ймовірнісну модель управління

силами протиповітряної оборони (ППО).

3. Він став основоположником кібернетики і теорії штучного інтелекту, ввів у науковий обіг термін «біт». *(Н. Вінер)*

Відомий дисидент радянських часів, Герой України, академік НАНУ І. Дзюба справедливо зазначав: «Конче потрібно повернути Україні імена великих діячів, митців та вчених «привласнених» іншими культурами».

1. Вчений, крім української мови, вільно розмовляв російською та французькою. Був знайомий з видатними діячами культри:І. Котляревським, Т. Шевченком, М. Лисенком та ін.

2. Його ім'я носить розроблений ним метод виділення раціональної частини невизначеного інтеграла, який дозволяв алгебраїчним шляхом подати його у вигляді суми двох доданків, причому другий доданок не містив раціональної частини. Поряд з В. Буняковським він відіграв важливу роль у підвищенні наукового рівня викладання вищої математики.

3. Він народився в с. Пашенне на Полтавщині, походив із відомого українського козацько-старшинського роду. *(М. Остроградський)*

1. Премією Петербурзької АН його імені за видатні дослідження в математиці був нагороджений український математик Г. Вороний.

2. У математичному аналізі він відкрив у 1859 р. нерівність, що стосується визначених інтегралів. Іноді її називають «нерівністю Шварца», хоч Шварц вивів її на 16 років пізніше.

3. Видатний математик XIX ст., автор програм та підручників тогочасної середньої школи в Росії народився в м. Бар (нині Вінницької області). *(В. Буняковський)*

1. У 1884 р. читачам київського «Журналу елементарної математики» було запропоновано написати твір на тему «Розклад многочленів на множники, що ґрунтується на властивостях коренів квадратного рівняння». Кращим став твір шістнадцятирічного учня Прилуцької гімназії … , який був надрукований наступного року в журналі.

2. Вчений визнаний фахівцями як один з найяскравіших талантів у теорії чисел на межі XIX-XX ст., розробив повну теорію алгебраїчних полів третього степеня і запропонував алгоритми, що служать узагальненням неперервних дробів для кубічних ірраціональностей..

3. Деякі вчені вважають, що у 1975 р. використанням діаграм його імені започатковано комп'ютерну геометрію. Діаграми використовують також у комп'ютерній графіці, побудові географічних інформаційних систем, геометричній конструкції роботів. *(Г. Вороний)*

1. Польський математик, який довгий час працював у Львівському університеті, розробив алгебру, названу його ім'ям. У ній вивчаються лінійні простори його імені.

2. Він – один із засновників Львівської математичної школи, в якій розроблено значну частину сучасного функціонального аналізу. Польське математичне товариство заснувало премію його імені.

3. Вчений у 1930-х роках започаткував «Шотландську книгу». У ній учені-математики, які побували у Львові, записували математичні задачі і проблеми, сформульовані ними. *(С. Банах)*

1. Праці одного з найвизначніших математиків XX ст., який народився на Волині, з вищої алгебри, математичного аналізу, математичної статистики, теорії ймовірностей тощо ввійшли до скарбниці світової науки. Він написав ряд цікавих праць з історії математики, методики навчання математики, підручники для вищих навчальних закладів. Вчений-академік вніс значний вклад у розвиток української математичної термінології.

2. В роки громадянської війни (1919-1921) молодому вченому довелось поїхати з Києва. Він працював директором сільської школи і вчителем математики. У цій школі під його опікою розпочав свій шлях у велику науку сільський хлопчина А. Люлька, згодом – відомий український вчений, творець реактивних авіадвигунів. Його кращим студентом був майбутній Генеральний конструктор космічних кораблів С. Корольов.

3. Девіз життя видатного українського вченого: «Моя любов – Україна і математика». *(М. Кравчук)*

2.5. МАТЕМАТИЧНІ ФОКУСИ

Математичний інтерес фокусу полягає в розкриті його теоретичних основ, які часто прості, але хитро замасковані. Для пояснення «секрету» математичних фокусів зручно застосовувати алгебру, однак перевірити виконання фокусу можна і на прикладі.

Основна тема математичних фокусів – вгадування задуманих чисел чи результатів дій над ними. Після демонстрації фокусу на математичному ранку чи вечорі можна запропонувати глядачам спробувати розгадати, як саме фокусник знаходить правильну відповідь.

Ми пропонуємо «каркас» фокусів, а вчитель, студент-практикант чи самі учні можуть їх «одягнути в цікаву обгортку» (наприклад, інсценізація уривків з літературних творів).

Відгадування задуманого числа

Фокус 1. Задумайте число. Відніміть 1. Різницю помножте на 2 і додайте задумане число. Скажіть результат, і я вгадаю задумане число.

Спосіб вгадування. Додайте до результату 2. А суму поділіть на 3.

Одержана частка – задумане число.

Доведення. Нехай задумане число x. Виконаємо вказані дії:

1) $x-1$; 2) $2(x-1)$; 3) $2(x-1)+x$.

Результат: $2x-2+x=3x-2$. Додаючи 2, отримуємо $3x$, а поділивши на 3, одержуємо задумане число x.

Фокус 2. Задумайте будь-яке число (крім 0). Помножте його на 12.

Результат поділіть на 2, помножте на 5, поділіть на 3. Одержаний результат поділіть на задумане число. До одержаної частки додайте задумане число. По названому результату демонстратор фокусу вгадує задумане число.

Спосіб вгадування. «Фокусник» сам має задумати число (наприклад, 1) і виконувати над ним всі запропоновані дії аж до ділення на задумане спершу число. Тоді частки у «фокусника» і того, хто задумав число, будуть рівні. Після цього йому треба відняти від повідомленого результату власний результат. Різниця буде шуканим числом.

Для посилення ефекту фокусу можна запропонувати учневі, що задумав число самому призначати числа, на які йому хочеться множити і ділити самому призначати числа, на які йому хочеться множити і ділити одержані результати, повідомити їх «фокуснику».

Є такі закономірності в математиці, які призводять до наперед наміченого результату виконання певних дій, які б не були вихідні числа. Так виникають дуже цікаві способи визначення результату обчислень над невідомим числом.

Фокус 3. Перший учень задумав довільне двоцифрове число і записав його на папері. Пропонуємо другому учневі приписати справа і зліва це саме число і поділити його на 3. Третій учень ділить одержану частку на 7, четвертий – ділить нову частку на 13, а п’ятий – новий результат ділить на 37 і передає «фокуснику». Не розгортаючи папірця, він передає першому учневі задумане ним число.

Пояснення. Якщо до довільного двозначного числа приписати справа і зліва це саме число, то одержимо нове шестизначне число, яке в 10101 раз більше початкового. Число $10101 = 3\cdot 7\cdot 13\cdot 37$, отже, одержане шестизначне число ділиться без остачі на 3, на 7, на 13, на 37. Якщо це число поділити послідовно на 3, 7, 13, 37, то воно зменшиться в 10101 раз, а в частці одержимо задумане число.

Фокус 4. Вгадування з трьох спроб. Задумайте будь-які два додатні числа. Додайте їхню суму і добуток. Скажіть мені отриманий результат. Я, як і спортсмен, який для взяття висоти має три спроби, берусь вгадати задумані числа, можливо навіть з першої спроби.

Спосіб вгадування. Додати до названого результату 1, одержане число розкласти на два множники різними способами і від кожного множника відняти по одиниці. Отримані пари чисел можуть бути задуманими.

Приклад. Названа сума 34. $34+1=35$, $35=5\cdot 7$, або $35=35\cdot 1$.

Отже, могли бути задумані такі числа: 4 і 6 або 34 і 0.

Можна запропонувати від отриманої суми задуманих чисел відняти їх добуток. Щоб вгадати задумані числа, треба: до названого результату додати 1, отримане число розкласти на два множники різними способами і до кожного множника додати по 1. Ці пари чисел можуть бути задуманими.

Як вгадати слово з книги

Фокус 5. Демонстратор має запам'ятати з якоїсь книги перше слово на сторінках 3, 7, 13, 37 або 13, 21 (3×7) і 37. Один з учнів записує будь-яке двозначне число, потім приписує справа і зліва це саме число і ділить його на 3, 7, 13 і на початкове двозначне число. Відкривши книгу на сторінці, яка позначена одержаною часткою (в даному випадку на 37 сторінці), знаходить перше слово на ній. Демонстратор, наперед знаючи це слово, «вгадує» його. Інші учні мають ділити одержане шестизначне число на інші дільники: на 3, 7, 37 і на задумане число (13); на 3, 13, 37 і на задумане число (7); на 7, 13, 37 і на задумане число (3) і т. п.

Математична забава М. Лєрмонтова

Фокус 6. («Фокусник» пропонує виконати вказані у розповіді дії і перевірити отриманий результат). «На початку 1841 р. на офіцерській вечірці в присутності російського поета М. Лєрмонтова мова зайшла про кардинала, який міг розв'язувати усно складні математичні задачі.

– Я теж можу продемонструвати вам, якщо бажаєте, дуже цікавий приклад математичних обчислень, – сказав поет.

– Отже, задумайте будь-яке двоцифрове число, додайте до нього нього 25, потім 125, від суми відніміть 36 і задумане число. Одержаний результат помножте на 5, а добуток поділіть на 2. Ваш остаточний результат – 285.

Командир аж підскочив від здивування: – Та ви, пане, ворожбит.

– Ворожбит не ворожбит, а математику вивчав, – відповів поет».

Пояснення: $(A+25+125-36-A)\cdot 5:2=(150-36)\cdot 5:2=114\cdot 5:2=285$

При виконанні віднімання задумане число А виключається. Людина, яка задумала число, виконує інші дії лише над тими числами, які їй пропонуються. Тому демонстратору фокусу легко знайти остаточний результат.

Замість чисел 25, 125, 36, 5 і 2 можна взяти й інші числа, але тоді і відповідь буде іншою. Наприклад: задумане число помножити на 5, потім помножити на 2, додати 19, відняти 11, в отриманому числі відкинути десятки, остачу поділити на 2, і додати 6. Маємо 10.

Як вгадати вік?

Фокус 7. Число років гравця помножити на 10, потім будь-яке однозначне число помножити на 9, від першого добутку відняти другий добуток, а різницю повідомити «фокуснику».

Спосіб вгадування. Цифру одиниць додати до цифри десятків. Отримаємо число років гравця. *(Г*равцю має бути не менше 8 років).

Як вгадати день, місяць і рік народження?

Фокус 8. Демонстратор пропонує учням виконати такі дії: «Помножте номер місяця, в якому ви народились, на 100, потім додайте день народження, результат помножте на 2, до одержаного числа додайте 2, результат помножте на 5, до одержаного числа додайте 1, до результату припишіть 0, до одержаного числа додайте ще 1 і додайте число ваших років. Тепер повідомте одержане число».

Спосіб вгадування. «Фокуснику» залишилось від названого числа відняти 111, а потім остачу розбити на три грані справа наліво по дві цифри. Середні дві цифри позначають день народження, перші дві або одна – номер місяця, а останні дві цифри – число років; знаючи число років, можна визначити рік народження.

Як вгадати задуманий день тижня

Фокус 9. Пронумеруємо всі дні тижня: понеділок – перший, вівторок – другий і т. д. Нехай хтось задумав будь-який день тижня. Демонстратор пропонує виконати такі дії: помножити номер задуманого дня на 2, до добутку додати 5, одержану суму помножити на 5, до одержаного числа приписати в кінці 0, результат повідомити йому.

Спосіб вгадування. Від повідомленого числа відняти 250, і число сотень буде номером задуманого дня.

Подільність на 11

Фокус 10. Демонстратор пропонує написати на класній дошці чи на аркуші паперу будь-яке багатоцифрове число. До цього числа він може приписати зліва чи справа одну цифру так, щоб одержане число ділилось на 11. Якщо, наприклад, ваш товариш написав число 43572, то вам треба приписати зліва чи справа до цього числа цифру 1. Одержане число поділиться на 11.

Спосіб вгадування. Щоб розібратись, яку цифру треба приписати зліва чи справа до числа, щоб одержане після цього число ділилось на 11, скористайтесь ознакою подільності на 11: на 11 діляться ті і тільки ті числа, в яких сума цифр, що стоять на непарних місцях, або дорівнює сумі цифр, що стоять на парних місцях, або більша чи менша від цієї суми на число, що ділиться на 11.

Миттєве додавання

Фокус 11. Запропонуйте одному з ваших товаришів мовчки записати на дошці різницю двох чисел. (Не треба її обчислювати). Той, хто записав першу різницю, або інший має записати нову різницю так, щоб від'ємником у другій різниці було зменшуване першої різниці. Виконувати обчислення також не треба. Потім записується третя різниця, так щоб від'ємником у третій різниці було зменшуване другої різниці. Продовжуючи, можна написати на дошці 8-10 таких різниць. Поки все це робиться, демонстратору фокусу на дошку дивитись не слід. Коли всі різниці будуть записані на дошці, йому можна повернутись до неї лицем, подивитися на записи і одразу сказати, чому дорівнює сума всіх записаних, але не обчислених різниць.

Спосіб вгадування. Для цього треба буде від зменшуваного останньої різниці відняти від'ємник першої різниці.

Нехай, наприклад, на дошці будуть записані такі різниці: 340-80; 450-340; 620-450; 680-620; 700-680; 825-700; 900-825. Сума всіх цих різниць дорівнюватиме 900-80 = 820. Попросіть товаришів перевірити вас, обчислюючи кожну різницю, а потім їхню суму. Фокус виглядатиме ще цікавіше, якщо записувати різниці не тільки цілих чисел, але й звичайних і десяткових дробів або додатних і від'ємних чисел.

Улюблена цифра

Фокус 12. Запитайте в кількох присутніх учнів, яка їхня улюблена цифра. Якщо хтось назве цифру 4, запропонуйте йому 4 помножити на 9, а отриманий результат помножити на число 12 345 679. У результаті він отримає число 444 444 444, тобто, число, записане за допомогою лише улюбленої цифри. Якщо інший назве цифру 8, запропонуйте йому 8 помножити на 9, а отриманий результат 72 помножити на число 12 345 679. У результаті він отримає число, записане за допомогою улюбленої цифри. Якщо хтось назве цифру 0, то скажіть що 0 дуже важлива цифра, але ви її недолюблюєте, і попросіть назвати іншу цифру.

Піднесення двоцифрових чисел до кубу

Фокус 13.«Фокусник» пропонує учням піднести до кубу задумане двоцифрове число. Потім за кінцевими результатами швидко відгадує задумані учнями двоцифрові числа.

Спосіб вгадування. Слід пам'ятати таблицю кубів одноцифрових чисел: $1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $7^3 = 343$, $8^3 = 512$, $9^3 = 729$.

Нехай, одна з відповідей учнів x^3=12167.

Щоб знайти число десятків шуканого двоцифрового числа, зверніть увагу на те, скільки тисяч у даному числі – 12 тисяч. У таблиці є число 8, а потім 27. Треба взяти менше число – 8, йому відповідає в лівій частині рівності основа 2. Отже, число десятків – 2.

Одиниці двоцифрового числа знаходимо за числом одиниць даного числа 12167. Числу одиниць 7 відповідає в лівій частині таблиці основа степеня 3. Тому число одиниць дорівнює 3. Отже, було задумано число 23; 23^3= 12167.

Скільки очок випало?

Фокус 14. Відвернувшись, запропонуйте кому-небудь підкинути два кубики, на кожній з шести граней яких написано цифри від 1 до 6. Потім попросіть до подвоєнного числа очок на верхній грані одного з кубиків додати 5. Отриману суму запропонуйте помножити на 5 і до добутку додати число очок на верхній грані другого кубика.

Почувши результат, ви можете одразу назвати число очок на верхніх гранях кожного кубика.

*Спосіб вгадування.*Треба від повідомленого результату відняти число 25, тоді перша цифра отриманної різниці буде числом очок, які випали на першому кубику, а друга – числом очок, які випали на другому кубику.

2.6 . ЦІКАВІ ФАКТИ ПРО МАТЕМАТИКУ І МАТЕМАТИКІВ

Було б бажання

Фалесу часто докоряли, що заняття філософією не приносить ніякого прибутку. Передбачивши на основі астрономічних даних гарний урожай олив, він ще взимку роздав невелику суму грошей в задаток власникам всіх олійниць у Мілеті і на Хіосі. Під час збору олив виник великий попит на законтрактовані Фалесом олійниці. Віддавши їх на відкуп іншим особам за значно більшу ціну, вчений заробив багато грошей. Цим він довів, що і філософам при бажанні розбагатіти не важко, якби вони цього хотіли.

Удари з математичною точністю

Переказують, що через малий зріст Піфагора, який брав участь у кулачних боях на 58-х Олімпійських іграх (548 р. до н. е), судді не хотіли допустити його до змагань.

– Можливо, – заперечив Піфагор, – мій вигляд не викликає у вас довіри, але я буду наносити удари з такою математичною точністю, що супротивникові стане жарко. Глибока віра в число – це моє життєве кредо. Він дотримав свого слова – став чемпіоном з цього виду спорту і утримував титул ще на кількох олімпіадах.

За свідченням літописців, завзятий спортивний уболівальник Фалес помер на трибуні Олімпійського стадіону від спеки та спраги, можливо, саме під час кулачного бою Піфагора, за якого дуже хвилювався.

Древні геометри – перші зодчі

До наших днів зберігся барельєф із зображенням зодчого Джосерової піраміди Хесіра (близько 2650 р. до н.е.). В руках він тримає знаряддя праці: прилад для письма і дві палиці, еталони мір, довжини яких відносяться як $1:\sqrt{5}$.

У комплексі пірамід у Гізі розміри пірамід визначаються числами 1; 2; $\sqrt{5}$, з яких легко скласти й число золотого поділу ($\sqrt{5}$-1):2. Числа 1, 2, $\sqrt{5}$ виражають довжини двох сторін і діагоналі квадрата з відношенням сторін 1:2. Тому за допомогою мірних палиць Хесіри було легко будувати прямий кут і вимірювати елементи багатьох архітектурних деталей.

Чи всесильні циркуль і лінійка?

Старогрецький філософ Платон (429-348 рр. до н.е.) вважав, що математику повинен знати кожний філософ. При вході в його Академію було написано: «Хто не знає геометрії – хай сюди не входить». Платон дозволяв своїм учням виконувати геометричні побудови лише за допомогою циркуля і лінійки. В академії була розроблена методика розв’язування задач на побудову, яка збереглася і донині. Тут математики зустрілися з трьома «визначними задачами давнини», які не можна розв’язати за допомогою циркуля і лінійки: про подвоєння куба; про трисекцію кута; про квадратуру круга.

Декарт (1637) був першим хто висловив думку, що за допомогою циркуля і лінійки задачу про подвоєння куба розв’язати неможливо. Строге доведення нерозв’язності цієї задачі, як і задачі про трисекцію кута (поділ кута на три рівні частини), дав французький математик П. Ванцель (1837).

«Переможцем задачі про квадратуру круга називають німецького математика К. Ліндемана. У 1882 р. він зумів довести трансцендентність числа π, і, як наслідок, знайти строге доведення, що задачу про квадратуру круга за допомогою циркуля і лінійки розв’язати неможливо.

Інквізитор проти математика

У 1486 р. іспанський математик П. Вальмес зустрівся в своїх друзів з главою іспанської інквізиції, шанувальником математики Торквемадою. Інквізитор вважав, що спосіб розв'язування рівнянь четвертого степеня самим богом заховано від людини і таємницю ніколи не вдасться розкрити. Вальмес мав необережність розповісти, що він знайшов легкий спосіб розв'язування цих рівнянь. За наказом Торквемади, вченого заарештували, адже він зробив те, що «з волі божої неприпустимо людському розуму». Через тиждень після страшних тортур Вальмес був спалений на вогнищі, так і не повідомивши про суть свого відкриття.

Пророк-невдаха

Німецький математик М. Штіфель був пастором у селі і став відомий у зв'язку з обчисленнями кінця світу, яке за його розрахунками мало статитись 19 жовтня 1533 р. Коли пророцтво не збулось, то пастора заарештували і посадили на 4 тижні до в'язниці. Селяни, чекаючи «кінця світу», занедбали господарство, тому й зажадали відшкодування збитків. Невдасі довелось рятуватися втечею. М. Штіфель серйозно став займатись математикою. І ці заняття принесли йому успіх.

Виклик математикам світу

Якось посол Нідерландів розмовляючи з королем Генріхом IV про видатних математиків, зауважив, що у Франції таких не має. Адже фламандський математик А. ван Ромен, посилаючи європейським ученим свою задачу-виклик, не назвав жодного француза. Король заперечив це і наказав викликати Вієта. Коли вчений з'явився, посол показав йому задачу Ромена. Знання формули синусів і косинусів кратних дуг допомогли Вієту одразу знайти один корінь цього рівняння сорок п'ятого степеня. Він показав, що рівняння, розв'язання якого зводиться до поділу кута на 45 рівних частин, має 23 додатних корені. Наступного дня Ф. Вієт знайшов загальну формулу для обчислення інших 22 від'ємних коренів даного рівняння. Ромен став палким шанувальником таланту вченого. Розв'язання цього рівняння, надруковане в 1594 р., принесло Вієту світову славу.

Допоміг перемогти

У 1589 р. Ф. Вієту зумів розкрити секрет шифру, який складався приблизно з 500 знаків, призначеного для листування іспанського короля Філіппа II з ворожими королю Франції угрупуваннями під час франко-іспанської війни. Вчений протягом двох тижнів, працюючи вдень і вночі, не тільки знайшов ключ до шифру, а навіть і спосіб стеження за всіма його змінами. Після цього Франція несподівано стала перемагати у війні. З таємних джерел іспанцям стало відомо, що їхній шифр розгадав Вієт. Іспанська інквізиція оголосила математика боговідступником і чаклуном та заочно засудила до страти, але Франція не видала Вієта.

Число Лудольфа

Рекорд наполегливості й неймовірної точності встановив німецький математик Лудольф ван Цейлен. Продовж десяти років вчений, подвоюючи методом Архімеда число сторін вписаних і описаних многокутників, дійшов до 3251225472-кутника і обчислив 20 точних десяткових знаків числа π. Трактат «Про коло» (1596) з викладом цих результатів він закінчив словами: «У кого є бажання – нехай іде далі». Пізніше він довів кількість точних знаків до 35 і заповів вибити їх на своїй надгробній плиті. Сучасники довго називали число π числом Лудольфа.

Якщо розрахувати довжину екватора сфери, яка вміщує відому нам частину Всесвіту, використовуючи знайдене Цейленом значення числа π, то похибка не перевищить однієї мільйонної частини міліметра!

Таємниця знаменитої теореми розгадана

Видатний французький математик XVII ст. П. Ферма записав на полях «Арифметики» Діофанта твердження: «Рівняння $x^n + y^n = z^n$ не має цілих додатних розв'язків при жодних значеннях $n > 2$». І додав: «Я знайшов справді дивне доведення, але за браком місця не можу його тут навести». Це твердження пізніше назвали великою теоремою Ферма.

Продовж трьохсот років теорему намагались довести найвидатніші математики світу (Ж. Лагранж, Л. Ейлер, Е. Куммер та ін.). Знаменита теорема привернула до себе ще більшу увагу, коли у 1909 р. німецький математик Вольфскель заповів премію 100000 марок тому, хто не пізніше 13 вересня 2000 року доведе її.

Ю. Таніяма, Г. Шімура (Японія), А. Вейль, Ж-П. Серр (Франція), І. Шафаревич (народився в Житомирі), В. Коливагін (Росія), Г. Фрей, Г. Фалтінгс (Німеччина), Б. Мазур, К. Рібет (США) – ось неповний список учених, які наблизились до розкриття таємниці знаменитої теореми. На Міжнародному конгресі математиків (Берлін, 1998) в присутності 2000 видатних учених планети американський учений Е. Уайлс довів велику теорему Ферма (її повний виклад займає більше 200 сторінок!).

Нагородити Декарта?!

На початку XVII ст. глядачі паризьких театрів у боротьбі за кращі місця часто застосовували кулаки, а іноді суперечки закінчувались навіть дуеллю. Р. Декарт запропонував використати координатний метод для нумерації крісел в глядацькій залі по рядах і місцях. Паризькі аристократи-театрали звернулись до короля з проханням нагородити вченого за видатний винахід орденом. Однак король відповів: «Винахід Декарта гідний нагороди, але дати її філософу?! Ні, це вже занадто!»

Важливо спростити обчислення

«Я завжди намагався … звільнити людей від труднощів нудьги обчислень, які, звичайно, відлякують багатьох від вивчення математики» – писав Дж. Непер.

У 1617 р. для полегшення арифметичних обчислень вчений винайшов математичний набір (палички Непера). Він складався з брусків, на яких були нанесені цифри від 0 до 9 і кратні їм числа. Для множення чисел бруски розташовували поряд так, щоб цифри на торцях утворювали це число. Відповідь було видно на бічних сторонах брусків. Набір Непера також дозволяв виконувати ділення і добування квадратного кореня.

Спеціальна медаль

Зародки двійкової системи числення, яка нині використовується в зв'язку розвитком коп'ютерній техніці, зустрічаються в багатьох народів. У стародавніх єгиптян були широко поширені методи множення і ділення на 2 (подвоєння і роздвоєння). Винахід двійкового числення приписують імператору Китая Фо Гі (4 тис. р. до н.е.).

У 1697 р. німецький математик Г. Лейбніц подав правила виконання арифметичних дій в двійковій системі числення, тобто створив двійкову арифметику. На честь свого відкриття він випустив медаль, на якій було зображено початковий ряд натуральних чисел в двійковій системі. Це один з не багатьох випадків в історії науки, коли видатне математичне відкриття удостоєно такої високої честі.

Прототип гелікоптера

Російський вчений М. Ломоносов, незалежно від ідеї Леонардо да Вінчі, розробив літальний пристрій вертикального взльоту – перший прототип гелікоптера. Він не був призначений для пілотованих польотів, а лише для підйому метеоприладів. Архіви Російської АН свідчать, що вчений виготовив діючу модель гелікоптера ще в 1754 р.

Важкий екзамен життя

Французький математик Е. Безу (1730-1783) дізнався, що на його екзамен не прибули двоє учнів, бо захворіли на віспу. Професор дуже боявся заразитися цією інфекційною хворобою, проте розумів, що учні, не склавши іспит, втратять рік навчання. Забувши про свої страхи, він поїхав до хворих і проекзаменував їх. Безу був щасливий, що його учні виявились гідними жертви, на яку він пішов.

Класифікація наук

Французький фізик і математик А-М. Ампер у праці «Досвід про філософію наук…» (1834) подав кваліфікацію наук і запропонував деякі терміни для неіснуючих на той час наук. Передбачувану ним науку про загальні закономірності процесів управління суспільством вчений назвав «кібернетикою». Однак ще давньогрецький філософ Платон у одних випадках називав кібернетикою мистецтво керування кораблем, а в інших – мистецтво правити людьми.

У 1948 р. Вінер повернув із забуття термін «кібернетика», назвавши ним науку про управління технічними, біологічними і соціальними системами.

Особлива дошка

Якось Ампер ішов вулицею і вираховував щось у голові. Раптом вчений побачив перед собою чорну дошку, таку ж, як в аудиторії. Зрадівши, він підбіг до неї, дістав шматочок крейди, яку завжди мав при собі, і почав писати формули. Дошка, однак, зрушила з місця. Ампер, не усвідомлюючи того, що робить, пішов за нею. Дошка набирала швидкість. Учений побіг.

Отямився він тільки тоді, коли почув нестримний сміх перехожих. Аж тоді Ампер помітив, що дошка, на якій він писав формули – це задня стінка чорної карети.

Дотепність не завадить

Ще в шкільні роки майбутній видатний німецький математик К. Гаусс вражав свого вчителя розумом і дотепністю. Одного разу він звернувся до свого кращого учня: «Я поставлю тобі два запитання. Якщо на перше даси правильну відповідь, то на друге – можеш не відповідати. Отже, скажи мені, юний друже, скільки голок на нашій різдв'яній ялинці?»

Учень одразу відповів: «67534».

- Як ти так швидко зумів полічити голки? – здивувався вчитель.
- А це вже друге запитання. – посміхнувся Гаусс.

За два роки вивчив російську мову

У 62 роки, щоб прочитати в оригіналі праці М. Лобачевського, К. Гаусс почав вивчати російську мову і за два роки вивчив її. На його пропозицію, творець неевклідової геометрії, як «один з найвидатніших математиків Російської імперії», був обраний членом-кореспондентом Геттінгенського наукового товариства.

Проте, захоплюючись працями російського математика в приватній переписці з друзями-вченими, Гаусс жодного разу публічно не виступив на захист відкриття Лобачевського. Щоденникові записи свідчать, що ще у 1818 р. Гаусс прийшов до ідеї про можливість існування неевклідової геометрії, але так і не наважився повідомити про це.

Переможець дуелей

Після закінчення Військово-інженерної академії угорський математик Я. Больяй служив офіцером у фортеці Темешвер. Успадковані від матері нестриманість і дратівливість спричиняли часті суперечки з товаришами, які закінчувалися поєдинками. Відомо, що одного дня його викликали на дуель одразу дванадцять офіцерів. Больяй прийняв усі поєдинки за умови, що після кожного з них йому дадуть перепочинок – пограти на скрипці. З усіх дуелей він вийшов переможцем.

«Прошу пробачити мені…»

У 1848 р. Я. Больяй, ознайомившись з німецьким виданням твору М. Лобачевського «Геометричні дослідження з теорії паралельних ліній», прийшов у відчай. Він вважав, що ніякого Лобачевського не існує і навіть підозрював Гаусса, якому в 1831 р. була надіслана його праця, в крадіжці власних ідей про побудову неевклідової геометрії. Після смерті Я. Больяйя серед більше 20000 аркушів незакінчених математичних рукописів друзі знайшли запис: «Я з братерським почуттям простягаю руку автору, з яким відчуваю себе духовно пов’язаним, і прошу пробачити мені безпідставну підозру… Я бажаю щастя країні, яка народила такий талановитий розум».

У 1825 р. Я. Больяй прийшов до основних положень неевклідової геометрії, які виклав у праці «Апендикс» (1832), опублікованій додатком у книзі його батька, відомого угорського математика і поета Ф. Больяйя.

М. Лобачевский першу доповідь про нову теорію «Стислий виклад основ геометріїз строгим доведенням теореми про паралельні» зробив у Казані у 1826 р. Історики науки вважають, що обидва вчених дійшли до своїх видатних результатів незалежно один від одного.

Праця, написана в тюрмі

Паризька АН оголосила конкурс на тему «Про поширення хвиль у циліндричних басейнах». За 10 років не було подано жодної праці. В цей час М. Остроградський слухав у Парижі лекції відомих математиків і фізиків. Якось батько не надіслав йому вчасно грошей і Остроградського, що заборгував власникові готелю, посадили в боргову в’язницю. Там він і написав свою першу самостійну наукову працю «Мемуари про поширення хвиль у циліндричних басейнах» (1826). Подана робота був схвалена і надрукована у працях Паризької АН (1832).

Найздібніші – «геометри»

М. Остроградський, читаючи лекції з вищої математики, іноді не робив записів на дошці навіть при виведенні складних формул. Такі лекції подобались студентам з глибокою математичною підготовкою. Їх вчений називав «геометрами» та давав імена видатних філософів і математиків. «Геометри» могли вільно користуватися бібліотекою Остроградського, отримувати необхідні консультації. Саме їм учений доручав переписувати свої рукописи для подання до Петербурзької АН, бо лише вони могли прочитати його нерозбірливиий почерк.

По праву перша

Ада Лавлейс, донька знаменитого англійського поета Байрона, мала неабиякі математичні здібності. Їх вона успадкувала від матері, яку в родині поета жартівливо звали «принцесою паралелограмів».

Лавлейс, зацікавившись у 1833 р. працями англійського математика Ч. Беббеджа по створенню аналітичної (обчислювальної) машини, стала його надійним помічником. Її вважають зачинателем теорії програмування. В липні 1843 р. Лавлейс склала першу програму для розв’язування рівнянь Бернуллі на обчислювальній машині. Її означення «циклу» наведене в сучасних підручниках з програмування. Лайвлес називають «першою леді комп’ютерного королівства». Розроблена французьким вченим Ж. Ішбіа мова програмування названа на її честь на – Ада.

Арифметика множин

Ще навчаючись у школі, Г. Кантор (1845-1918) похвалився вчителеві, що відкрив цікаву арифметику множин.

– Що ви маєте на увазі? – запитав здивований учитель.

Кантор накидав на дошці креслення, що ілюстрували означення об’єднання і перерізу множин А і В.

– А як бути, коли у множин А і В не буде спільної частини, власне, спільних елементів? – знову запитав учитель.

– Ми скажемо, – не розгубився учень, – що А В = 0.

Все це здалося добре відомим

С. Ковалевська здобула всебічну домашню освіту і рано проявила математичні здібності. П’ятнадцятирічна Соня вже на першому уроці дивувала відомого петербурзького викладача математики О. Страннолюбського швидким засвоєнням понять границі і похідної, «ніби знала їх наперед». Під час пояснення дівчинка ясно побачила стіни своєї дитячої кімнати без шпалер, обклеєну аркушами паперу з дивними значками тепер наповненими змістом. Це були лекції професора М. Остроградського з вищої математики. Соня згадувала: «Я годинами простоювала біля цієї таємничої стіни, намагаючись розібрати хоча б окремі фрази … Саме поняття про границю здалося мені давно відомим».

Математики жартують

Одному професору запропонували ліжко, що виявилося коротким для нього. Професор виміряв довжину ліжка a, його ширину b з точністю до міліметра, і переконався, що його власна довжина менша від $\sqrt{a^2+b^2}$. Тоді він ліг на ліжко по діагоналі, остаточно впевнений у великій практичності теореми Піфагора.

Звіримо висновки

Один з організаторів Київського фізико-математичного товариства (1899) професор В. П. Єрмаков володів особливим способом читання математичних книг. Він читав першу сторінку нової книги, щоб дізнатись, яке завдання ставить перед собою автор, потім останню сторінку, щоб дізнатися, до якого результату він приходить, і, закривши книгу, самостійно знаходив результат. Не раз спосіб розв’язування, знайдений вченим, виявлявся відмінним від того, яким користувався автор книги, а наука збагачувалась новими методами.

Математика для мене –життя

Українському математику Г. Вороному через важку хворобу лікарі забороняли займатися математикою. Він і сам розумів, що «велике розумове напруження забирає останні сили». «Лікарі не знають, – писав він незадовго до смерті в 1908 р., – що означає для мене займатись математикою. … Математика для мене – життя, все».

Перемогла математика

Головним у житті студента математичного факультету Харківського університету В. Стеклова (1882) була наука, а музика і спів заповнювали паузи між тривалими заняттями математикою. Друзі настійно радили йому вступати до консерваторії, пророкували славу оперного співака. В нього з'явилася навіть думка спробувати себе на сцені. Та нестримний потяг до математики переміг Стеклова-співака. В. Стеклов став академіком, створив свою математичну школу, з якої вийшло багато відомих математиків.

Прототип драматурга – математик

Професор-математик і письменник В. Льовшин, навчаючись у 1920-х роках в студії Московського Камерного театру, часто зустрічався з драматургом і письменником М. Булгаковим. Він став прототипом драматурга Василя Артуровича Димогацького (*Димо*гацький, бо Льовшин був затятим курцем) у його п'єсі «Багряний острів».

«Чудо»-учень став академіком

У 1923 р. організатор і керівник київської алгебраїчної школи Д. Граве попросив академіка М. Крилова поговорити з чотирнадцятилітнім Миколою Боголюбовим, математичні здібності якого викликали подив. З поваги до колеги, Крилов погодився зустрітися з «чудо»-учнем і запропонував йому розв'язати за три дні кілька задач, яких немає в жодному посібнику, а розв'язання доступне лише досвідченому математику. Маючи незакінчену середню освіту, Боголюбов чудово володів методами математичного аналізу і тому легко знайшов розв'язання поставлених перед ним задач. У 1924 р. він написав свою першу наукову працю. Шістнадцятирічного юнака без диплома про вищу освіту зарахували в аспірантуру. А вже в 1927 р. праці з проблем варіаційного числення, написані Боголюбовим у співавторстві з своїм учителем М. Криловим, Болонська академія наук відзначила премією. В 1930 р. загальні збори АН України присвоїли М. Боголюбову науковий ступінь доктора математики, а в 1948 р. – обрали академіком..

«Шотландські математики» у Львові

Львівські математики часто зустрічалися в Шотландському кафе (кав'ярня в центрі міста дала назву «шотландській математичній школі», більш відомої як львівська математична школа), де влаштовували наукові засідання. Одне з них тривало без перерви 17 годин і завершилося доведенням важливої теореми. Однак воно не збереглось, бо записи, зроблені хімічним олівцем на мармуровому столику кав'ярні, витерла прибиральниця. Тоді дружина С. Банаха купила товстий зошит, щоб до нього записувати задачі та можливі відповіді на них. Серед «шотландських математиків» були С. Банах, С. Улам, В. Серпінський, Дж. Нейман та ін.

«Шотландська книга», яку в роки Другої світової війни зберіг син Банаха, містила багато розв'язаних і нерозв'язаних проблем математики (разом з обіцянками винагороди за їх розв'язок – від чашки кави до живого гусака). Останні записи в ній зроблені в червні 1941 р., напередодні вступу нацистів до Львова.

Дорогий хліб більше їдять ?!

«Чим дорожчий хліб, тим більше його їдять» – зі здивуванням помітив у кінці XIX ст. англійський статистик Джіффен. Це явище назвали парадоксом Джіффена, розгадати який довго не могли. Лише в 1915 р. в італійському економічному журналі з'явилася стаття одного з фундаторів математичної статистики в Україні Є. Слуцького «До теорії збалансованого бюджету», де дано пояснення цього парадоксу. Вчений показав, що підвищення ціни на товар, власне, зумовлює зниження купівельної спроможності населення, але коли товар життєво необхідний (яким є хліб), то попит на нього не може зменшитись, як би не змінювалася ціна в межах бюджету покупця. А зменшиться попит на інші, дорожчі продукти (м'ясо, молоко та ін.), причому замість них доведеться купувати порівняно дешевий продукт, тобто хліб.

Ці висновки Є Слуцького не втратили значущості і нині, бо проблеми ціноутворення, засновані на імовірнісних методах, актуальні завжди.

«Євгеній Онєгін» під лупою математика

23 січня 1913 р. академік А. Марков зробив у Петербурзькій академії наук доповідь «Приклад статистичного дослідження тексту «Євгенія Онєгіна», яке ілюструє зв'язок випробувань в ланцюг», присвячену чергуванню голосних і приголосних букв у російській мові. Досліджуючи послідовність з 20000 букв роману у віршах О. С. Пушкіна, Марков шукав ймовірність того, що випадково взята буква російського тексту буде голосною. Проведені дослідження показали, що ймовірність появи голосної букви після голосної $\alpha = 0{,}128$, а голосної після приголосної $-\beta = 0{,}663.$

Видатний математик і альпініст

У 1970 р. на одній з лекцій, щоб витерти верхню частину дошки, восьмидесятирічний російський математик Б. Делоне почав підстрибувати, після чого звернувся до студентів: «А ви знаєте, що я не тільки видатний математик, а й видатний альпініст. От ви, напевне, навіть стійку на руках не вмієте робити». І тут же на столі кафедри зробив стійку.

Делоне ще в 1935 р. був удостоєний почесного звання «Майстер альпінізму». Він побив усі рекорди спортивного довголіття в альпінізмі. В липні 1975 р. Б. Делоне , якому минав 86 рік, провів ніч на висоті 4200 м на льодовику гори Хан-Тенгрі (7000м). Вчений удостоєний рідкісної відзнаки: одна з вершин гірського Алтаю носить ім'я Делоне.

Гідний учень

У важкі роки громадянської війни видатний український математик М. П. Кравчук працював учителем і директором школи на Київщині. У цій же школі в 1920-1921 рр. переймав досвід у М. Кравчука молодий учитель О. Смогоржевський, який згодом став відомим українським вченим, засновником власної математичної школи.

Співавтор видатного відкриття

Важливість наукових досліджень видатного українського математика М. Кравчука в створенні комп'ютера встановив у 2001 р. І. Качановський (США). Він знайшов листа американського вченого Дж. Атанасова до Кравчука, написаного у вересні 1937 р., якого академік не отримав, бо вже тоді зазнавав переслідування. В листі повідомлялось, що праці Кравчука виявились дуже корисними для наукової діяльності вченого. Атанасов просив надіслати копії публікацій українського математика у вітчизняних наукових журналах. Після кількох запитів до АН України, американський вчений сам зробив переклад праць академіка М Кравчука.

Через кілька років Атанасов створив перший у світі комп'ютер, на якому використано алгоритм Кравчука для розв'язування диференціальних рівнянь. Учений не запатентував винахід, вважаючи академіка Кравчука співавтором свого відкриття. Дж. Атанасова визнано творцем електронного комп'ютера американським судом.

Я відчував себе людиною!

21 лютого 1938 р., звинуваченого у націоналізмі та шпигунстві, «ворога народу» академіка М. Кравчука, заарештували й заслали на Колиму (Росія). Перших три тижні ув'язнення вчений працював на будівництві місцевої залізниці. Він дійшов висновку, що будувати її у вічній мерзоті недоцільно. «Ворог народу і тут хоче нашкодити», – вважало табірне начальство і відправило Кравчука працювати в шахту.

В'язні-співкамерники запитували академіка: «Хто тебе гнав у шию! «Потягнув» би наукове обгрунтування хоча б півроку. Куди ти поспішав?» Вчений відповів: «Мені створили людські умови: тепло, чисте приміщення, тиша, нормальна їжа. Я відчував себе людиною! Я не міг інакше...».

Герой- розвідник і математик

Радянський розвідник в роки Великої Вітчизняної війни (1941-1945) Є. Березняк, герой однойменного радянського фільму майор Вихор, існував насправді. Після війни Є. Березняк став відомим українським математиком-методистом. За 65 років педагогічної та творчої діяльності він видав шість монографій, написав більше ста наукових публікацій.

Книги Є. Березняка «Я – „Голос“», «Пароль – „Dum spiro“», «Операція „Голос“», видані на кількох мовах (тираж біля 2 мільйонів екземплярів).

Подвиг розвідників групи «Голос» (керівник Є. Березняк) по врятуванню від знищення древньої столиці Польщі – міста Кракова – зображено в польських художніх кінофільмах «Майор Вихор», «Зберегти місто» та в документтальних фільмах «Тепер їх можна назвати» (Радянський Союз), «Операція „Голос“» (Польща), «Майор Вихор. Правдива історія» (Україна).

Загадкове правило да Вінчі

Леонардо да Вінчі вивів правило, згідно з яким квадрат діаметра стовбура дерева дорівнює сумі квадратів діаметрів гілок, узятих на загальній фіксованій висоті. Традиційно вважалося, що ця закономірність пояснюється тим, що у дерева з такою структурою оптимальний механізм постачання гілок поживними речовинами. Однак в 2010 році американський фізик К. Еллой знайшов більш просте механічне пояснення феномену: якщо розглядати дерево як фрактал, то закон Леонардо мінімізує ймовірність зламу гілок під впливом вітру, а степінь у формулі необов'язково дорівнює 2, а лежить в межах від 1,8 до 2,3.

Чи знаєте ви, що…

Першу математичну енциклопедію, написану на 44 глиняних табличках, склали вавилоняни за 2 тисячі років до нашої ери. Вона містила таблицю множення, таблицю обернених чисел, таблиці для обчислення об’ємів і площ, квадратів і кубів чисел.

- Єгиптяни ще за 2 тисячі років до нашої ери для побудови прямого кута використовували мотузку, розділену вузлами на 12 частин (3; 4; 5 – єгипетський трикутник). Мабуть, тому землеміри називалися гарпедонаптами (з грецької – натягувачі мотузки).
- Основні математичні пам’ятки Стародавнього Єгипту – папірус Ахмеса (1650 р. до н. е.) і Московський папірус (1900 р. до н. е.) містять відповідно 84 і 25 задач практичного характеру, до яких не даються загальні правила розв’язання.
- Піраміди Стародавнього Єгипту побудовані з 2 300000 кам’яних брил у формі прямокутного паралелепіпеда (вага кожної з них приблизно 2,5 т, а об’єм 1 куб. м). Їх перевозили по річці Ніл, прив’язуючи під човном, бо брила, занурена у воду, була легшою на вагу води, яку вона витісняла. Отже, в Єгипті закон Архімеда застовували задовго до його відкриття самим Архімедом.
- Давньогрецький математик Евдокс з допомогою «методу вичерпування» довів теореми:

  1. Площа двох кругів відносяться, як квадрати їх діаметрів.
  2. О’бєм піраміди дорівнює третині об’єму призми з тими самими основою і висотою.

3. Об'єм конуса дорівнює третині об'єму циліндра з тими самими основою і висотою.

- Давньогрецький філософ Евдем Родоський біля 335 р. до н. е. написав першу історію математики.
- Платон увів терміни «аналіз і «синтез».
- Старогрецький геометр Діностpат (IV ст. до н. е.) за допомогою методів Евдокса, по суті застосовуючи елементи теорії границь, подав словесно, твердження: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx}{x}=1$.
- Ератосфен у 240 р. до н. е. вперше визначив довжину кола меридіана Землі ($\approx$39375 км, за сучасними даними 40080 км).
- Про велику популярність Піфагора ще за життя свідчать монети з його зображенням, випущені в 430-420 рр. до н. е. У 306 р. до н. е. йому , як найрозумнішому з греків, поставили пам'ятник в римському форумі.
- Острів Самос в Егейському морі, на якому народився Піфагор, перейменовано в Піфагорейон.
- На персні Піфагора був викарбований девіз: «Тимчасова невдача краще тимчасової вдачі».
- Вислів «що треба довести» вперше зустрічається в «Началах» Евкліда. Ним закінчуються доведення кожного твердження.
- Птоломей (бл. 100-бл. 178) у праці «Альмагест» подав теорему (яку нині називають теоремою Птоломея) про те, що добуток діагоналей вписаного чотирикутника дорівнює сумі добутків його протилежних сторін.
- Грецький філософ Прокл Діадох (V ст.) вважав піраміду Хеопса «свого роду кам'яним підручником астрономії і геометрії та знань, які пов'язані з розливами Нілу».
- Індійським математикам ще в V ст. були відомі формули (в словесному формулюванні) і співвідношення: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$.
- Математик Сходу X ст. Абу-л-Вефа першим виклав теореми, відповідні формулам: $\sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$ і $1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$. Йому належить одне з перших доведень теореми синусів в сферичній тригонометрії.
- Арабський астроном, математик X ст. Ібн-Юнус перший подав способи розв'язування трикутників за допомогою введення допоміжних кутів.
- Найбільш точний календар подав у 1079 р. знаменитий перський астроном, математик, філософ і поет Омар Хайям. Він запропонував цикл у 33 роки, в якому 7 разів високосний рік вважається четвертим, а восьмий раз високосний п'ятий рік. Отже, це 8 зайвих діб на 33 роки.

Вчений вважав істинною кількістю днів у році $365\frac{8}{33}$.

- У праці індійського математика Шрідхара «Суть обчислення» (XI ст.) повно сформульовані властивості нуля.
- У 1260 р. Насіреддін ат-Тусі виділив тригонометрію з астрономії в окрему науку.
- Англійський філософ Р. Бекон (XIII ст.) називав математику «божественною», «дверима і ключем до науки», вважав, що тільки вона «може очистити розум і зробити учня здатним до сприйняття знань».
- Французький математик Олександр з Вільдьє (XIII ст.) у віршах виклав правила дій над цілими числами. «Пісня про алгоритм», що налічує 2645 віршів, значною мірою сприяла поширенню індійських цифр у Європі.
- У рукописному трактаті Н. Шюке «Наука про число» (1484, надруковано у 1848 р) зустрічаються терміни «більйон», трильйон», квадрильйон» для 10^{12}, 10^{18}, 10^{24}.
- Французький математик Н. Орем вперше запропонував схему поділу октави на 12 рівних тонів (рівномірно темперована музична шкала).
- А. Дюрер (1471-1528) був першим художником Німеччини, який вивчав математику і механіку. Він заклав основи ортогонального проектування, розробив теорію орнаменту.
- Німецький математик Й. Вернер (1468-1528) першим в Європі подав формулу, що виражає добуток синусів у вигляді різниці косинусів.
- Метод математичної індукції пов'язують з ім'ям Ф. Мавроліко (1575) – італійського математика, який як і Евклід, обмежувався, розглядом випадків $n = 1, 2, 3, 4$ і вказівкою «і т. д. до нескінченності». Метод математичної індукції в сучасному розумінні введено Б. Паскалем.
- У праці німецького математика Й. Фаульгабера «Арифметичні чудеса» (1622) вперше подано формулу $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, де α, де α, β, γ – кути, утворені деякою площиною з трьома перпендикулярними координатними площинами.
- Англійський математик Т. Гарріот склав опис фауни і флори, карту Північної Америки (1586), а також карту Місяця.
- Французький математик Ф. Дебон (1601-1652) перший сформулював твердження про те, що рівняння $ax + by = c$ є рівнянням прямої лінії.
- У 1623 р. німецький математик В. Шікард винайшов і побудував першу модель лічильної машини для механізації дій додавання і віднімання.
- Французький письменник, викладач математики, член Паризької АН Ж. Озанам написав підручники з математики і збірник «Математичні і фізичні розваги» (1694), задачі якого використовували пізніші автори.

- Французький математик К. Раб’юель в «Коментарях до геометрії пана Декарта» (1730) вперше використав другу координатну вісь.
- Італійський геометр XVII ст. Г. Гранді створив плоскі пелюсткові криві, які милують око правильними і плавними лініями, схожими на квіти.
- За легендою, Муавр точно передбачив день власної смерті. Виявивши, що тривалість його сну збільшується в арифметичній прогресії, він обчислив, коли вона досягне 24 годин.
- Грецьку букву π (першу літеру слова *περιμετρος*) для позначення відношення довжини кола до діаметра вперше використав англійський вчений В. Джонс (1706), загальноприйнятим воно стало завдяки Ейлеру (1736).
- Французький математик А. Клеро ввів поняття афінного перетворення (1733), криволінійні інтеграли (1743).
- Французький інженер Фрєзьє (1740) виклав елементи нарисної геометрії.
- Ж. Лаграж в 19 років став професором геометрії, в 23 роки його обрали членом Берлінської академії наук, а в 30 років він став її президентом (1766). Ім’я Ж. Лагранжа внесено в список 72 найвидатніших вчених Франції, розміщений на першому поверсі Ейфелевої вежі. Наполеон Бонапарт називав вченого «Хеопсовою пірамідою математичних наук».
- У 1766 р. Е. Безу дав загальні методи розв’язування систем рівнянь будь-яких степенів, розробив метод послідовного виключення невідомих з систем рівнянь вищих степенів.
- З часу відкриття логарифмів (1594) було складено 500 різноманітних логарифмічних таблиць з різною кількістю знаків. Нідерландський математик-обчислювач І. Вольфрам створив найбільш точні таблиці натуральних логарифмів чисел від 1 до 10000 з 48десятковими знаками (1778), англійські математики і астрономи А. Шарп – 61-значні таблиці, Паркхесрст –102 - значні, Дж. Адамс – 260 - значні логарифми.
- Наполеон, навчаючись в Паризькій військовій школі, виявив виняткові математичні здібності. Ставши імператором, він відчував у математиці красу і знаходив час займатися нею для власного задоволення. Наполеон Бонапарт склав кілька геометричних задач, одна з яких носить його ім’я.
- Швейцарський математик І. Бюргі склав і на початку XVII ст. видав таблиці степенів чисел $10 \cdot 1{,}0001^n$, де *n = 10, 20, 30, ..., 2303700220,* виконавши без обчислювальних приладів понад 230 мільйонів множень на 1,0001.
- Англійський математик Г. Брігс майже за 7 років (1617-1624) обчислив 30000 логарифмів з 14 десятковими знаками.

- Англійський математик Дж. Валліс (1616-1703) якось однієї безсонної ночі в умі обчислив 27 цифр квадратного кореня з 53-цифрового числа, а вранці записав їх.
- У «Практичній арифметиці» (1634) П. Ерігон (незалежно від Тартальї) визначив число комбінацій з n елементів по m.
- Б. Паскаль у чотири роки вмів читати і писати, виконував усно складні обчислення. Перша наукова праця шістнадцятирічного Паскаля «Досвід про конічні перерізи» складалась лише з 53 рядків, але містила основну теорему проективної геометрії і деякі наслідки з неї. У 18 років він сконструював першу обчислювальну машину.
- Паскалю належить ідея омнібусів – загальнодоступних карет з фіксованими маршрутами – першого виду регулярного міського транспорту.
- Правило знаходження максимумів і мінімумів відкрив П. Ферма (1638).
- Рукописна спадщина шотландського математика Дж. Грегорі свідчить, що вже у 1672 р. він володів загальною формулою розкладу функцій у степеневий ряд. Цю формулу, названу рядом Тейлора, вивів англійський математик Б. Тейлор у 1712 р., а надрукував у 1718 р.
- Французький математик Ф. Бессі (XVIIст.) вперше дав загальний метод побудови магічних квадратів і виконав велику роботу по складанню всіх 830 магічних квадратів на 4^2 кліток.
- У 1688 р. Дж. Грегорі встановив формулу чисельного інтегрування. Її нині називають «формула Сімпсона», хоч англійський математик Т. Сімпсон опублікував її на 80 років пізніше (1743).
- Правило знаходження границі дробу, чисельник і знаменник якого прямують до нуля (розкриття невизначеностей виду $\frac{0}{0}$), яке вивів Й.Бернуллі (1667-1748), називають правилом Лопіталя.
- Зібрання творів Ейлера становить 75 великих томів, у які ввійшло майже 900 досліджень найважчих питань математичної науки. Якщо щодня по 10 годин переписувати ці наукові праці, то не вистачить 76 років, щоб закінчити роботу.
- Л. Ейлер, навчаючи своїх онуків добувати квадратні корені, намагався пропонувати їм для вправ лише числа, які є точними квадратами. Якось за одну ніч, почавши добувати такі корені в умі, він обчислив шість послідовних степенів всіх чисел від 2 до 20. Через кілька днів Ейлер їх усі продиктував.
- Л. Ейлер знав напам’ять поему «Енеїда» староримського поета Вергілія, цитував перший і останній вірші на кожній сторінці того видання, яке він читав ще в молодості.

- Швейцарський математик Д. Бернуллі (1700-1782) визначив число e як границю $(1+\frac{1}{n})^n$ при $n \to \infty$.
- Французький казкар XVII ст. Шарль Перро («Червона Шапочка», «Кіт у чоботях», «Попелюшка») був відомим поетом, фізиком, академіком. Він також написав казку «Кохання циркуля і лінійки».
- Німецький математик А. Кестнер (XVIII ст.) писав гострі і дотепні епіграми, які багато разів перевидавалися.
- Німецький математик Г. Клюгель у «Математичному словнику» (1803) вперше ввів термін «тригонометричні функції».
- Французький математик С. Жермен за розробку теорії згинання пластин одержала премію Паризької АН (1811). Це була перша премія, яку Паризька академія вручила жінці.
- Німецький математик Г. Грасман, як мовознавець, склав словник санскриту до до Ріг-веди.* Він здійснив її переклад, за що був обраний членом Американського східного товариства (1876).

  *Ріг-ве́да (санскр. «веда гімнів») – один з найдревніших релігійних текстів, перший відомий пам'ятник індійської літератури (біля 1700—1100 рр. до н. е)
- Російський математик П. Чебишов 28 серпня 1878 р. у Парижі виголосив доповідь «Про розкроювання одягу», в якій розглянув складне, одне з найважчих питань диференціальної геометрії – математичну теорію раціонального розкроювання матеріалів.
- У бібліотеці О. Пушкіна було дві праці з теорії ймовірностей, зокрема, знаменитий твір французького математика і механіка Ж. Лапласа «Досвід філософії теорії ймовірностей».
- Англійський математик Дж. Венн дав геометричну інтерпретацію основних логічних операцій як дій над множинами (діаграми Венна).
- Найбільше число, що має назву, – це мільйон у сотому степені (одиниця з 600 нулями). Це число називається центільйон.
- Американський любитель математики Е. Луміс зібрав і опублікував 367 різних доведень теореми Піфагора (1968), одне з яких запропонував двадцятий президент США Дж. А. Гарфілд.
- Доведення теореми Піфагора (для рівнобедреного прямокутного трикутника) дано в діалозі Платона «Менон». Доведення «теореми квадратів» наведено в оповіданні англійського письменника О. Хакслі «Юний Архімед». Теорема «героїнею» гуморески О. Вишні «Геометрія».
- У 1955 р. в Греції на відзнаку 2500-річчя Піфагорової школи-академії було випущено поштову марку, що наочно відтворювала доведення знаменитої теореми Піфагора.

- Англійський математик Дж. Тейлор (1886-1975) був сином художника, онуком математика-логіка Дж. Буля і племінником письменниці Е. Л. Войнич («Овід»). Сам Дж. Тейлор розпочав свій трудовий шлях метеорологом арктичної експедиції.
- Російський математик О. Фрідман у 1915-1917 рр. був викладачем військової школи льотчиків у Києві і розробляв теорію бомбометання. У липні 1925 р. разом з іншим стратонавтом він піднявся на аеростаті на рекордну на той час висоту – 7400 м.
- Російський письменник Л. Толстой вважав, що людину можна оціню-вати дробом, знаменник якого становить те хороше, що вона думає про себе сама, а чисельник – те хороше, що думають про людину інші. Про людей із завищенною самооцінкою він говорив: «У цієї людини дуже великий знаменник».
- У лютому 1992 року відбувся розіграш лотереї Вірджинії (США) «6 із 44», джек-пот якої становив 27 мільйонів доларів. Число всіх можливих комбінацій в такому виді лотереї було трохи більше 7 мільйонів, а кожен квиток коштував 1 долар. Заповзятливі люди з Австралії створили фонд, зібравши по 3000 доларів від 2500 чоловік, купили потрібне число бланків і вручну заповнили їх різними комбінаціями цифр, отримавши після виплати податків потрійний прибуток.
    - В кінці 30-х років минулого століття викладач вищої математики одного з московських інститутів Олександр Волков став вивчати англійську мову. Щоб попрактикуватися, він почав перекладати видану в кінці XIX ст. англійською мовою казку американського письменника Ф. Баума «Мудрець із країни Оз» (Wizard of Oz). Волкову дуже сподобалася казка і він став переказувати незвичайну і цікаву історію своїм двом синам, а ті із задоволенням слухали і щовечора чекали продовження. Бачачи, що дітям подобається, Волков почав фантазувати і придумувати щось від себе. У результаті була написана абсолютно самостійна казка «Чарівник смарагдового міста», досить далека за змістом від оригіналу Ф. Баума.
    - Американський математик Дж. Данциг, будучи аспірантом університету, якось спізнився на лекцію і сприйняв написані на дошці рівняння за домашнє завдання. Воно здалося йому дуже складним, але через кілька днів він його виконав. Виявилося, що він вирішив дві «нерозв'язані» проблеми в статистиці, над якими працювало багато вчених.
    - Лабораторние дослідження показали, що бджоли вміють вибирати оптимальний маршрут. Після локалізації розміщених в різних місцях

квіток бджола здійснює обліт і повертається назад таким чином, що підсумковий шлях виявляється найліпшим, тобто, ці комахи ефективно справляються з класичною «завданням комівояжера» з інформатики, на вирішення якої сучасні комп'ютери, в залежності від кількості точок, можуть витрачати не один день

Розділ 3. ІНТЕГРАЦІЯ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ ТА ЛІТЕРАТУРИ

3.1. МАТЕМАТИКА В ХУДОЖНІХ ТВОРАХ

Математика – це різновид мистецтва.

Н. Вінер

Геометрія – це та ж гармонія.

В. Гюго

Дедалі мистецтво стає науковим, а наука – художньою; розійшовшись біля підніжжя, вони стрінуться колись на вершині.

Г. Флобер

В останні роки учні стали мало читати. Як наслідок, погіршилась техніка читання і учні не можуть правильно зрозуміти текст задачі, а, значить, і розв’язати її. Тому, на нашу думку, на всіх уроках (навіть на математиці) варто виховувати інтерес до читання. Для цього можна використовувати на уроках фрагменти літературних творів для створення мотивації до вивчення певної теми, комунікативної атаки, показу зв'язку математики з життям та іншими науками, розвивати критичне мислення в процесі знаходження помилки в розв’язках, запропонованих авторами. Це допоможе вчителям здійснювати і міжпредметний підхід в освіті.

Ми спробували створити «скарбничку» фрагментів художніх творів, в яких використовуються математичні поняття, теореми, задачі та навести приклади використання на інтегрованих уроках.

Ще Галілей сказав, що не випадково найважливіші ознаки прекрасного – симетрія, пропорційність частин і цілого, гармонія – виражаються математичними поняттями. Ці ж ознаки прекрасного використовуються і для характеристики природи, суспільних явищ, мистецтва. Кожному виду мистецтва, зокрема літературі, притаманне прагнення до краси, стрункості, гармонії. Математика, як це не здається на перший погляд парадоксальним, не така вже й далека від поезії, літератури.

Перша російська жінка-математик С. Ковалевська писала: «Не можна бути математиком, не будучи водночас поетом в душі». А. Ейнштейн вважав, що математика – «поезія логіки ідей»; математичні формули не тільки виражають особливості довколишнього світу, а й відображають «справжню, глибоку красу природи». Недарма багато відомих математиків захоплювались літературою, а чимало письменників, поетів з задоволенням займались математикою.

Так, драматург А. Сухово-Кобилін (XIX ст.) закінчив математичний факультет Московського університету і одержав золоту медаль за роботу «Теорія ланцюгової лінії». Серйозно цікавився математикою М. Гоголь. Л. Толстой навіть написав підручники з арифметики для початкової школи.

Розміщуючи статтю російського дипломата П. Козловського «Про сподівання» (1836) в «Современнике», О. Пушкін прагнув «стать с веком наравне» по відношенню до математики. В статті вперше в Росії популярно викладено основи теорії ймовірностей. Аж через 10 років В. Буняковський написав перший російський підручник з теорії ймовірностей.

Французький письменник Стендаль у романі «Автобіографія» згадував, що побачений у свого вчителя математики підручник Ейлера з алгебри і його задача про кількість яєць, які селянка несла на базар стали для нього відкриттям. «Я зрозумів, що означає користуватися таким знаряддям, яке називається алгеброю». А в «Автобіографії» класика сербської літератури Б. Нушича лише 7 сторінок відведено першому коханню, а урокам математики – 12!

Герой детективів А. Конан Дойля Шерлок Холмс вираховував злочинця за допомогою логічного аналізу наявних зовсім незначних фактів, бо, як вважав письменник, «людину, яка вміє спостерігати і аналізувати, одурити неможливо. Її висновки будуть такі ж безпомилкові, як і теореми Евкліда».

У несподіваних ситуаціях героїв пригодницьких романів англійського письменника Томаса Майн Ріда не раз виручало знання геометрії.

Готуючись до написання романів, засновник наукової фантастики французький письменник Жуль Верн вивчав підручники з математики, фізики, астрономії. На прохання фантаста, професор математики А. Груссе обґрунтував можливість міжпланетної подорожі, якщо початкова швидкість снаряду становитиме 11 км/с. Ці математичні розрахунки подані в романі «Із Землі на Місяць».

Поет, письменник І. Франко не лише перекладав на українську мову віршовані задачі старогрецьких математиків, а й шукав способи їх розв’язування. Поет, драматург, актор, режисер і організатор українського професійного театру М. Старицький навчався на фізико-математичному факультеті Харківського університету.

Російський поет М. Дудін зазначав, що один з засновників російського футуризму початку XX ст. В. Хлєбніков «міг стати великим математиком. І став ним». В трактатах «Дошки долі», «Про закони часу» він створив оригінальну теорію про роль числа в періодизації подій всесвітньої історії, вдягнувши її в поетичну форму. Поет, одержимий ідеєю злиття математики і мистецтва, «будував геометрію чисел», хотів «сплести ще одне рівняння поцілунків з лісових озер».

Російський поет К. Чуковський «рятувався від розумового неробства, пишучи для дітей загадки з відгадками» (з математичним змістом). Запам'ятовування таких віршів допомагає дітям і нині легше пізнавати навколишній світ.

У 1903 р. Б. Бугаєв (літературний псевдонім А. Бєлий), син відомого російського математика М. Бугаєва, закінчив природниче відділеня фізико-математичного факультету Московського університету. Знайомство з останніми досягненнями фізики, математики та природничих наук (нові уявлення про простір і час, про будову речовини та ін.) позначилися на лексиці, образах, темах і структурі творів поета. На початку XX ст. відомий представник символізму в російській поезії А. Бєлий (до цього напряму належали О. Блок, В. Брюсов) вивчав статистичні закономірності в поетичних творах. Він не протиставляв математику і поезію, а формулював правила і намагався дотримуватись їх у своїх поезіях. Його математичні помилки були виправлені Б. Томашевським (згодом один з найвідоміших російських філологів XX ст.), який у 1920-ті роки вперше в теорії вірша використав теорію ймовірностей.

Математичні аналогії, формули, терміни привносили в поезії та прозу М. Цвєтаєвої строгість і точність виразу думки, стрункість і логічність викладу. Так, для неї періодичний дріб був аналогією справжніх, життєвих і житейських подробиць. Маючи чітке уявлення про це математичне поняття в статті «Поет і час» (1932) Цветаєва писала: «Сьогодення. Чи є воно? Служіння періодичному дробу. Думаю, що ще служу сьогоденню, а вже минулому, а вже майбутньому». А в нарисі «Наталя Гончарова» (1929) читаємо: «Періодичний дріб весни з якоюсь остачею, повік неподільною».

Філософськими роздумами наповнені рядки повісті «Санаторійна зона» українського письменника М. Хвильового: «Конуси. Квадрати. Призми… Я вже бреду по асфальтах, іду по логарифмах і слухаю пісню безмежності. Я знаю ціну Декартовій системі координатів, говорю про цінності: Евклідову на площині і Лобачевского на сферичній поверхні, та абсолютної істини нема і в математиці…».

В нижче наведених матеріалах курсивом виділено методичні рекомендації, а також запитання і задачі, які учитель може запропонувати учням для розвязування.

Задачі Сулхан-Саба Орбеліані

Сулхан-Саба Орбеліані (1658-1725) – класик грузинської літератури, політичний діяч, вчений. «Тлумачний словник грузинської мови», укладений ним, і донині не втратив свого наукового значення. Він містить тлумачення і деяких педагогічних понять.

Збірник байок і новел Орбеліані «Про мудрість брехні» заклав основи демократичного напряму в національній педагогіці. Головною метою виховання вчений вважав формування освіченої й високоморальної особистості. Шлях до цієї мети Орбеліані вбачав у гармонійному поєднанні фізичного, розумового, морального і трудового виховання. Особливого значення він надавав природженим талантам учня, але підкреслював важливість глибоких знань і багатого життєвого досвіду вчителя, які належить передати вихованцям.

Наведені в книзі задачі дають можливість розвивати кмітливість й винахідливість учнів, які можна використовувати у вікторинах, на заняттях математичного гуртка.

Вовк, коза та сіно. Я перекину вузький місток. А ти переправ через нього поодинці на інший берег вовка, козу й в'язку сіна, але так, щоб вовк не розірвав козу і коза не з'їла сіно.

Відповідь. «Перекинув Рукха місток. Привели вовка і козу, принесли в'язанку сіна. Тоді прийшов Джумбер, взяв козу, перевів через місток і залишив козу на тому боці. Повернувся, взяв вовка, перейшов міст, залишив вовка на тому боці й перевів назад козу. Залишив козу, взяв сіно, перейшов міст і склав сіно на землі поруч з вовком. Повернувся ще раз, взяв козу і перевів її на той бік».

Поділ кіз. Прийшли якось до царя три брати зі скаргою. Вони вирішили жити нарізно і поділили між собою все, крім тридцяти кіз, бо щодо них ніяк не могли домовитися. Доповіли вони царю таке: В десяти з цих тридцяти кіз по козеняті, ще в десяти – по двоє козенят, у решти – по троє. Як поділити їх так, щоб жодному з братів не дісталося більше, ніж іншим, і щоб не відбирати жодного козеняти в матки. Що порадити братам?

Відповідь. «Всього в них 30 кіз і 60 козенят. Ті 10 кіз, у яких по двоє козенят, віддайте старшому брату – це буде 10 кіз і 20 козенят. З тих кіз, що мають по троє козенят, віддайте п'ять разом з козенятами середньому брату і п'ять молодшому, що складе по 5 кіз і по 15 козенят на брата. З тих 10 кіз, що мають по одному козенятку, віддайте кожному з тих же двох братів по 5 кіз разом з козенятами, і буде в кожного всього по 10 кіз і по 20 козенят. Жоден з братів не одержить більше, ніж інший, і жодне козеня не буде розлучене зі своєю маткою».

«Дивне зближення» О. С. Пушкіна і математики

Натхнення потрібне в поезії, як і в геометрії.

О. Пушкін

Видатний математик сучасності академік А. Колмогоров вважав, що в поетичних творах є кількісні закономірності, які можуть бути сприйняті у відриві від змісту, і використовував для їх вивчення теорію ймовірностей, математичну статистику, теорію інформації тощо. В літературознавчих журналах, книгах, присвячених теорії вірша, вчений опублікував близько десятка праць, зокрема, дослідження математичних закономірностей у поезії видатного російського поета О. С. Пушкіна. Він вважав, що кількість рядків у багатьох його творах відповідає числам Фібоначчі, і це не випадковість, а закономірність його творчого сприйняття, інтуїтивне відчуття гармонії. І хоч сам поет визнавав, що не можна «алгеброй гармонию разъять», але математичні закони діють у його поезії незалежно від нього. Відомо, що математика давалась Пушкіну нелегко. Сестра поета Ольга згадувала, як у дитинстві «він часто над діленням заливався гіркими слізьми.

Прочитайте уривок з «Євгенія Онєгіна» і знайдіть відстань між дуелянтами.

От пістолети заблищали,
Гремить об шомпол молоток.
Дві кулі у стволи загнали,
І цокнув зведений курок.
От на полицю сіруватий
Посипавсь порох – і зубчатий,
Надійний кремінь звівся знов.
За пень високий одійшов
Monsieur Гільо зніяковілий.
Останні сказано слова.
Ретельно кроків тридцять два
Зарєцький виміряв умілий;
Плащі двобійники зняли
І пістолеи узяли.

XXX

«Зіходьтесь». І вони поволі
Пройшли, спокійні, мовчазні,
Ще не підводячи пістоля,
Чотири кроки ті страшні,
Чотири сходинки смертельні,
Як приписи велять дуельні,

Євгеній зброю підійняв
І націлятися почав.
Ще кроків п’ять – одна хвилина –
І Ленський теж підводить бронь, –
Та раптом вибухнув огонь –
Онєгін вистрілив... Година
Прийшла рокована: поет
Безмовно ронить пістолет...
(Переклад М. Рильського)

Розв’язування. 32 – (4 + 4) – (5 + 5) = 14.

Онєгін і Ленський стріляли на відстані 14 кроків один від одного, з якої не влучити в суперника майже неможливо.

У XXXIII строфі VII глави роману у віршах «Євгеній Онєгін» автор робить спробу передбачення далекого майбутнього Росії:

Коли освіті добродійній
Ми більше відведем границь,
То з часом (висновки надійні
Із мудро складених таблиць -
Літ за п'ятсот) дороги, певно,
Налагодить Росія ревно:
Шосейний переріже шлях
Її в найдальших напрямках,
Мости чавунною дугою
Окриють вод блакитний шир,
Розриємо підніжжя гір;
Пройдем зухвало під водою,
І заведе хрещений мир
На кожній станції трактир.

Дослідник творчості Пушкіна Б. Томашевський встановив: «мудро складеними таблицями» поет назвав книгу французького математика і статистика Ш. Дюпена «Продуктивні і торгові сили Франції». У ній було наведено порівняльні статистичні таблиці з економіки деяких європейських країн, в тому числі і Росії. Збереглися чорнові начерки XXXIII строфи «Євгенія Онєгіна», в якій Дюпен вказується як автор таблиць.

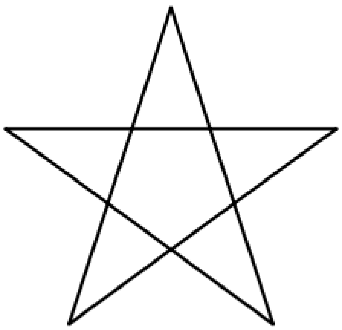
У бібліотеці поета було дві книги з теорії ймовірностей, зокрема, праця французького математика і механіка Ж. Лапласа «Досвід філософії теорії ймовірностей». Така увага до теорії ймовірностей пов'язана з інтересом Пушкіна до проблеми співвідношення необхідності і випадковості в історичному процесі. Він вважав, що «провидіння не алгебра. Розум людський …, не пророк, а гадальник, він бачить загальний хід речей і може виводити з нього глибокі припущення, часто виправдані часом, але йому неможливо передбачати випадок – потужне, митт’єве знаряддя провидіння. Зумівши у XVIII ст. передбачити взяття французької Бастилії, могутній розвиток Росії, ніхто не передбачив Наполеона…». Сам Наполеон більше вірив у божественну приреченність, ніж в гру випадку. Про це свідчать слова з його наказу по армії від 22 червня 1812 року: «Росія вабить роком: тож хай здійсниться її доля».

О. Пушкін був затятим гравцем у карти. В його «Піковій дамі» описується особиста драма молодої людини, пов'язана з крахом надій на великий виграш в карти. Можливо, пристрасть поета до гри в карти була ще однією з причин його підвищеного інтересу до теорії ймовірностей.

Математика в творчості Гете

Прикладом прихованого використання математичних закономірностей є трагедія німецького поета Гете «Фауст». Серед символіки, використаної автором, є містичні геометричні символи, наприклад, пентаграма, що мала захистити Фауста від викликаного ним демона.

Пентагра́ма (грецькі πέντε – «п’ять», γράμμα – риска, лінія») – правильний п’ятикутник, на кожній стороні якого побудовано рівнобедрені трикутники, рівні по висоті. Перші відомі зображення пентаграми (намальовані на глині п’ятикутні зірки) знайдені в Межиріччі (сучасний Ірак) на руїнах давнього міста-держави шумерів Урук (3500 р. до н. е.)



Зображення пентаграми зустрічається на стародавніх єгипетських статуях. У Вавилоні її вирізали на дверях магазинів і складів, щоб уберегти товари від псування та крадіжок. Пентаграма також вважалась могутнім знаком влади. У Вавилоні, наприклад, цей знак зустрічався на царських печатках, і на думку сучасних учених, уособлював собою «владу правителя, яка поширювалась на всі чотири сторони світу». Пентаграму використовували піфагорійці як особливий знак належності до їхнього товариства.

Мефістофель
Та так-то так! А звідси вийти як?
Завадою постане під ногами
Біля порога тайний знак.
Фауст
А! Ти злякався пентаграми?
Що має силу над чортами?
Пекельнику, як ти сюди пробравсь?
І як це дух такий попавсь?
Мефістофель
А придивись до неї пильно, –
Вона накреслена нещільно:
Не вийшов трохи крайній кут.

(Переклад М. Лукаша)

Деякі коментатори «Фауста» вважають, що у «Відьминій кухні»,, приховано один з містичних символів Середньовіччя – «магічний квадрат».

Відьма, яка готує омолоджуюче зілля, читає закляття. Слова, що вона промовляє, видаються повним абсурдом:

З одиниці зробиш десять,
Пропускаєш два, а також три.
Закреслюєш чотири.
З п'ять і шість
Робиш сім і вісім (і навпаки),
Квадрат готовий…

Відповідно до рекомендацій будуємо з перших дев'яти натуральних чисел «магічний квадрат» – символ нового життя Фауста. Тоді:

1) з 1 робимо 10 – в першій клітинці табл.1 змінюємо 1 на 10;
2) пропускаємо числа 2 і 3;
3) закреслюємо число 4 – замінюємо його нулем (табл. 2);

Таблиця 1

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Таблиця 2

10	2	3
0	5	6
7	8	9

Таблиця 3

10	2	3
0	7	8
5	6	4

4) замінюємо 5 і 6 відповідно числами 7 і 8, 7 і 8 – числами 5 і 6 (таб. 3);
5) в останній клітинці вписуємо 4 (табл. 3) (про це відьма не каже, ніби ховаючи справжнє закляття від зайвої уваги недоброзичливців).

Даний квадрат «напівмагічний», оскільки сума чисел є сталою (дорівнює 15) за стовпцями і рядками, але не за діагоналями.

Сам Гете насміхався з коментаторів, що намагалися розшифрувати «таємничий смисл» відьомської таблиці множення, яка насправді є сатирою на містичну «символіку чисел» [29,*с*.485].

Задачі Свіфта

Пригодницький роман англійського письменника Дж. Свіфта «Мандри Лемюеля Гулівера», написаний майже три століття тому, і донині захоплює молодого читача. Усі пригоди Гулівера, описані в ньому, подано в дусі «реалістичної фантастики». Цілком реальні речі проектуються у незвичні ситуації і з геніальною майстерністю показуються так, як вони виглядали б за цих обставин. Багато епізодів «Мандрів» пов'язано з практичною діяльністю людини. Дарма, що Свіфт уїдливо висміював фізиків, хіміків, представників інших природничих наук, але в книзі повною мірою відчувається науковий дух епохи Просвітництва.

З математичною точністю Дж. Свіфт змальовує співвідношення зросту Гулівера до зросту ліліпутів і велетнів, скрупульозно обчислює різницю в масштабах їхніх життєвих потреб відповідно до їхньої диспропорційності, відзначає те, що маленькі істоти через свій незначний зріст можуть розглянути своїми очима речі, яких не може побачити око велетня. На цій підставі автор доводить, що в країні велетнів Гулівер розглядав людське тіло ніби через скельця мікроскопа, і непомітні виразки та нерівності шкіри ставали величезними горбами та потворними наростами. Свіфт науково, але з майстерністю художника, показував об'єкт у певних незвичайних обставинах.

Цікаві думки про наукові помилки, допущені Дж. Свіфтом, висловив американський математик Н. Вінер $[6, c.93-96]$.

Розглянемо деякі задачі, побачені в «Мандрах Гулівера».

Задача 1. «Чоловік-Гора діставатиме щодня їжу і напої в кількості, достатній, щоб утримувати 1728 наших підданців, це вирахував один вчений, якого запросили на таємну раду, тому, що він умів дуже добре рахувати». *Чому Свіфт вибрав саме число 1728?*

Вказівка. При розв'язуванні задачі врахуйте, що в країні ліліпутів люди мали зріст на два пальці ($\approx$15 см), а зріст Гулівера – 1 м 80см.

Відповідь. Свіфт поклав в основу порівняння зросту ліліпутів і Гулівера лінійне співвідношення 1:12 (це співвідношення дюйма і англійського фута). Ось яку відповідь дав автор книги: «Коли я …запитав одного з моїх придворних приятелів, як саме визначили таке число, той пояснив, що до цієї роботи залучили кращих математиків. Вчені, вимірявши довжину мого тіла, встановили, що вона вдванадцятеро більша за їхній зріст. Тоді вони вирахували, що, при однаковій з ними будові тіла, мій об'єм дорівнює принаймні 1728 об'ємам їхніх тіл ($12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$ – А. В.), а значить, і їжі я потребую відповідно більше».

Задача 2. «Мій (Гулівера) малий зріст, який ні з чим не можна було порівняти, не дозволяв їм визнати мене й за карлика, бо улюбленець королеви, найменший відомий карлик у тій країні, був усе ж таки щось із тридцять футів заввишки». (1 фут = 0,3048 м). *Порівняйте зріст звичайної людини і зріст карлика з Країни велетнів:*

Задача 3. «Щоб прогодувати Гулівера, кожного дня на світанку до старовинного замку приганяли ціле стадо тварин – шість биків, сорок баранів.» *Чи достовірне це твердження, якщо добова норма споживання м'яса звичайної людини близько 500 г?*

Врахуйте: чиста вага звичайної туші бика 200 кг, а туші барана – 30 кг. У Ліліпутії бики та барани були приблизно у 2000 разів легші, ніж звичайні.

Відповідь. 6 звичайних биків і 40 баранів важить приблизно 2400 кг. А така ж кількість ліліпутських тварин важила б 2400:2000 = 1,2 кг. Отже, з математичної точки зору Дж. Свіфт помилився.

Задача 4. «Ліжко для Гулівера виготовили кращі місцеві майстри. Вони принесли до замку 600 матраців звичайної, ліліпутської величини. По 150 штук зшили вони разом і зробили чотири великих матраци в зріст Гулівера. Їх поклали один на одного, але все-таки йому було твердо спати». *Чому Свіфт взяв саме число 150?*

Відповідь. Розміри Гулівера в 12 разів більші, ніж розміри ліліпутів. Отже, площа його ліжка була в $12 \cdot 12 = 144$ рази більша, ніж у ліліпутів, тобто приблизно в 150 разів.

Задача 5. «Місто лежить над річкою, що ділить його на дві майже рівні частини. В ньому понад вісімдесят тисяч будинків і близько шестисот тисяч жителів. Завдовжки воно три гломглани (щось із 54 англійські милі), а завширшки два з половиною гломглани. Всі розрахунки я виконав з допомогою карти, зробленої з наказу короля; її навмисне для мене розгорнули на землі, де вона простелилася на сто футів. Я, роззувшись, кілька разів пройшов по її обводу та діаметру, а тоді, користуючись масштабом, точно встановив розміри столиці».

Що лежить в основі описаного способу вимірювання? Як у даному випадку застосовується ідея подібності? (1 дюйм = 1/12 фута = 2,54 см. 1 ярд =3 фути =0,914 м.)

Відповідь. Масштаб карти відіграє роль коефіцієнта подібності. Вимірявши по карті протяжність міста в різних напрямках, збільшивши її в указану в масштабі кількість разів, можна легко обчислити справжні розміри міста.

Кілька пояснень пригод барона Мюнгаузена

Р. Е. Распе, член англійського Королівського літературного товариства, активно займався науковою діяльністю (геологією і мінералогією). Також завдяки йому, побачили світ латинські твори Лейбніца (причому присвятив їх Распе – Герлаху фон Мюнхгаузена – засновнику Геттінгенського університету і двоюрідному братові свого майбутнього героя).

Головною працею для Распе стала написана ним книга про пригоди барона Мюнхгаузена, яка була видана англійською мовою 1785 р.

Не може бути!

Якось після гарячої битви з турками Мюнхаузен відправився до криниці напоїти свого коня. Кінь довго пив воду і ніяк не міг вгамувати спрагу. Що за дивина така? Виявилося, кінь барона ... позбувся своєї задньої частини, і вся випита вода тут же виливалася позаду нього. Але куди ж поділася інша половина?!

«Коли я помчав за ворогами і вдерся у браму ворожої фортеці, - згадував Мюнхаузен, - турки саме в ту мить зачинили браму і відтяли задню половину мого коня. Ніби розрубали його навпіл!

Ця задня половина якийсь час залишалася неподалік від воріт, брикаючи і розганяючи турків ударами копит, а потім побігла на сусідній луг.

- Вона там пасеться й зараз! - Повідомив мені солдат.

- Пасеться? Не може бути!

- Подивіться самі.

Я помчав на передній половині коня до лугу. Там я дійсно знайшов задню половину коня. Вона мирно паслася на зеленому моріжку ».

Чому ця неймовірна історія неможлива з точки зору математики?

Відповідь. За законами геометрії, двоногий кінь не зуміє стійко стояти на землі і впаде, а значить, не зможе мирно пастися на лузі, тим більше брикатися і розганяти турків ударами копит! Стійке положення об'єкта досягається при опорі на три точки за умови, якщо вони не лежать на одній прямій. Це випливає з аксіоми стереометрії: через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, проходить площина, причому тільки одна.

Всередину риби!

Подорожуючи по Італії, барон якось раз вирішив скупатися в Середземному морі. Відмінний плавець Мюнгаузен відплив дуже далеко від берега. А далі, за його словами, сталося ось що.

«Раптом бачу - прямо на мене пливе величезна риба з широко роззявленою пащею! Що було робити? Утекти від неї неможливо, і тому я зіщулився клубком і кинувся в її пащу, щоб швидко проскочити повз гострі зуби і зразу опинитися в шлунку.

Не кожному б в голову така дотепна хитрість, але я взагалі людина дотепна і, як ви знаєте, дуже винахідлива ».

У чому полягала хитрість, яка допомогла Мюнхаузен прослизнути повз гострі зуби риби цілим і неушкодженим?

Відповідь. Згорнувшись клубком, барон надав власному тілу найбільш оптимальну кулясту форму, тому і зумів легко і без шкоди для здоров'я прослизнути всередину риби. З усіх тіл саме куля має мінімальну площу поверхні і, значить, потенційно менше точок дотику з зубами риби. У воді куляста форма динамічна й може легко видозмінюватися. Не випадково, зазначають біологи, форма кулі властива багатьом живим організмам (ікринки риб, морські їжаки, деякі види бактерій, водоростей і планктону).

Математика в романах Жуль Верна

Французький письменник Жуль Верн − основоположник науково-фантастичного жанру в літературі й справжній майстер наукової пропаганди – перший, на прикладі роману «Подорожі до центру Землі» (1864), показав, як треба популяризувати знання, вміло підтримуючи інтерес читача до описуваних подій. Право на російський переклад 15 своїх романів Жуль Верн надав українській письменниці Марко Вовчок (псевдонім М. Вілінської).

У романі «Таємничий острів» подано застосування теореми про подібні трикутники для визначення висоти плато Кругозора над рівнем моря.

«Тепер належало доповнити вчорашні спостереження новими даними, вимірявши висоту плоскогір'я Широкий Обрій над рівнем моря.

– Вам, мабуть, потрібен прилад на зразок учорашнього? - запитав Герберт інженера.

– Ні, синку, – відповів Сайрес Сміт, – Тепер ми застосуємо інший, хоч не менш точний засіб.

Сайрес Сміт прихопив із собою пряму жердину завдовжки футів дванадцяти, вимірявши її так точно, як тільки міг, за власним зростом, який знав достеменно, до міліметра. Герберту Сайрес Сміт доручив нести висок, тобто камінець, прив'язаний до лика.

Зупинившись кроків за двадцять від краю моря і футів за п'ятсот від гранітної кручі, що зводилася перпендикулярно до водної гладі, Сайрес Сміт застромив жердину на два фути в пісок і за допомогою виска старанно виставив її перпендикулярно до лінії обрію. Після цього він одійшов іліг на землю на такій відстані, щоб у полі його зору перебував верхній кінець жердини та гребінь гранітної кручі, й старанно позначив це місце на піску кілочком. Потім, звертаючись до Герберта, інженер запитав:

– Ти не забув іще основ геометрії?

– Ще трохи пам'ятаю, пане Сайресе, – обережно, аби не перехвалити себе, відповів Герберт.

– Пам'ятаєш властивості двох подібних трикутників?

– Авжеж, – відповів хлопець. – У двох подібних трикутників відповідні сторони пропорційні одна одній.

– Отож, синку, я щойно побудував два подібних трикутники, обидва прямокутні: один менший, сторонами якого будуть жердина, встромлена перпендикулярно в пісок, і пряма, рівна відстані від нижнього кінця жердини до кілочка, а гіпотенузою – мій промінь зору; у другого трикутника сторонами є прямовисна лінія гранітної кручі, яку нам треба виміряти, і відстань од кілочка до підошви стіни, а гіпотенузою – знову ж таки мій промінь зору, тобто продовження гіпотенузи першого трикутника.

Основи обох трикутників були виміряні за допомогою тієї самої жердини, висота якої над поверхнею піску дорівнювала десяти футам. Виявилося, що перша відстань – між кілочком і жердиною, застромленою в пісок, – п'ятнадцять футів. Друга відстань – між кілочком і підошвою кручі – п'ятсот футів (>152,4 м – *А. В.*).

...Інженер узяв плаский камінь,…на якому легко було надряпати цифри гострою скойкою, і написав на ньому таку пропорцію: $15:500=10:x$, $\frac{5000}{15}=333{,}33$. Отже, висота стіни дорівнювала трьомстам тридцяти трьом футам». (Примітка Верна. Мається на увазі англійський фут, що дорівнює тридцяти сантиметрам).

Чи знаєте ви інші способи вимірювання висоти предметів?

Читач, який захоплюється математикою, зможе і на інших сторінках книги знайти приховані математичні задачі.

«Погляди подорожан перенеслися на острів, який їм видно як на долоні… Посеред безмежного океану він не здавався великим… У східній частині, де висадилися ті, що зазнали аварії в результаті падіння повітряної кулі, берег мав форму широкого півкруга, краї якого обрамлювали бухту, на південному заході вона закінчувалася гострим мисом... З північного заходу бухту замикали ще два миси, між якими проклала собі дорогу вузька затока, схожа на розкриту пащу велетенської акули».

Завдання. Знайдіть радіус півкруга, що є берегом східної частини острова, якщо площа цієї частини острова 48000 $м^2$.

«Сміт ознайомив товаришів з результатами своїх спостережень. На його думку, в гранітному масиві, на якому знаходилося плато Далекого Виду, мала бути велика западина.

Інженер намагався її дістатися. Для цього необхідно перш за все розчисти отвір, через який стікала вода, тобто понизити її рівень, зробити для неї широкий прохід. Звідси необхідність у виготовленні вибухової речовини і пробитті широкого отвору на будь-якій іншій ділянці стіни…

Увесь острів ніби здригнувся. Ціла хмара каміння злетіла в повітря, неначе виштовхнута вулканом… Колоністи попадали, хоча вибух стався на відстані понад дві милі … У гранітній стіні глибочів пролом, швидкий пінний потік біг поверхнею плато і, досягнувши його краю, падав униз з висоти трьохсот футів».

Завдання. Якою була швидкість води в момент досягнення нею поверхні плато, якщо потік води масою 50 т, падав з висоти 300 футів?

У процесі вивчення теми «Геометрична прогресія» можна використати уривок з роману, де йдеться про радість потерпілих, які потрапили на острів у Тихому океані, від несподіваної знахідки – однієї зернини, яка випала з дірявої кишені за підкладку куртки Герберта.

«− Пенкрофе, … скільки колосків виростає з одного хлібного зерняти? Ви знаєте?

− Один колос, я думаю, − відповів моряк, здивовано подивившись на нього (Сайреса Сміта).

− Ні, Пенкрофе,−десять! А ви знаєте, скільки зерен в одному колоску?

− Їй богу, не знаю.

− У середньому − вісімдесят. − сказав Сайрес Сміт. − Так от, якщо ми посадимо це зернятко, то з першого врожаю зберемо вісімсот зерен, вони дадуть нам з другого врожаю шістсот сорок тисяч зерен, а з третього – п'ятсот двадцять мільйонів, а з четвертого…(– *більше чотирьохсот мільярдів зерен). (Учитель не дочитує речення і пропонує учням обчислити кількість зерен, що їх можна отримати з четвертого врожаю).*

– Так, друзі мої. – продовжив інженер. Волею природи потомство хлібного зерняти зростає в геометричній прогресії».

Після виконання завдання учитель продовжує читати уривок з роману.

«Вони вчетверте зібрали чудовий урожай пшениці, тепер нікому вже не спало на думку переконатися, чи дійсно зібрано чотириста мільярдів зерен!

Утім, Пенкроф таки зібрався перерахувати зерна, однак відмовився від свого наміру, бо Сміт розтлумачив вельмишановному моряку, що на це пішло б близько п'яти з половиною тисяч років, навіть якби вдалося відраховувати по триста зерен щохвилини, або по дев'ять тисяч зерен щогодини».

У романі «Матіас Шандор» силач Матіфу здійснив багато подвигів, серед яких є і такий.

Готувався до спуску на воду невеличкий корабель з парусами трапецевидної форми – трабоколо. Коли вже почали вибивати з-під кіля клини, що утримували його на спусковій доріжці, в гавань влетіла на хвилях святково прикрашена яхта. Судно, що спускалось, мало неминуче врізатися в борт яхти.

«Раптом із юрби глядачів вискочив якийсь чоловік і схопив трос, який висів на носі трабоколо. Але даремно намагається він, впираючись у землю ногами, втримати трос у руках… Поблизу в землю вкопана швартова тумба. За мить невідомий накидає на неї трос, який починає повільно розмотуватись, а сміливець…стримує його з нелюдською силою. Це триває секунд десять. Трос лопнув. Але саме цих десяти секунд було достатньо. Трабоколо… пройшло поблизу яхти на відстані кількох футів… Яхта була врятована».

Чи потрібна була надлюдська сила, щоб утримати судно?

Розв'язання. Для швартування з теплоходу на пристань кидають канат, на кінці якого широка петля. Людина, яка стоїть на пристані, нанизує його на причальну тумбу, а матрос на кораблі вкладає канат між кнехтами (невеликими тумбами на борту судна). Сила тертя між канатом F_0 й кнехтами і зупиняє судно. Зазвичай матрос, обернувши канат кілька разів навколо кнехтів, просто притримує вільний кінець ногою, притиснувши його до палуби.

Припустимо, що після одного обороту каната навколо стовпа сила F_0 прикладена до одного кінця канату, урівноважує в k разів більшу силу, прикладену до іншого кінця. Тоді, після ще одного оберту каната, утримуюча сила зростає ще в k разів і стане в k^2 разів більше, ніж F_0. Взагалі, якщо канат прилягає вздовж дуги в β радіан, то з його допомогою можна втримати силу, більшу ніж F_0, в $k^{\frac{\beta}{2\pi}}$ раз. Для каната і дерев'яного стовпа $k = 2^{\frac{2\pi}{1.75}}$. Тому, обертаючи канат навколо стовпа 3 рази, одержуємо збільшення сили в $2^{\frac{6\pi}{1.75}} \approx 1800$ раз. Саме цей ефект збільшення і дозволяє одній людині утримати корабель. Описаним явищем ми користуємось щоденно, зав'язуючи шнурки на черевиках, вузли на мотузках тощо.

Герої Майн Ріда дружать з математикою

Англійський письменник XIX ст.Томас Майн Рід написав для дітей і юнацтва 22 пригодницьких романи під псевдонімом «Капітан Майн Рід». Сучасники письменника відзначали: «Його книги є зразком того, якими мають бути книги для підлітків».

Любителю пригод із роману «Морське вовченя» довелося вирішувати таку задачу: він визначив запаси води, що зберігалася в одній з бочок. Щоб обчислити об'єм бочки, треба було якомога точніше виразити її розміри в футах і дюймах. Але у хлопчика ні лінійки, ні будь-якої іншої шкали для вимірювання. Тим не менше він знайшов вихід з цієї ситуації: «Я сам був одиницею виміру! Я ще на пристані зміряв свій зріст і встановив, що в мені майже повних чотири фути. Я зможу відміряти цю довжину на палиці, і таким чином у мене з'явиться чотирифутова мірка ...

Як же розділити чотирифутову палицю на дюйми і нанести їх на неї?
... Зізнаюся, що я кілька хвилин сидів і думав, зовсім спантеличений. Втім, це тривало недовго; скоро я знайшов спосіб подолати і цю перешкоду. Ремінці від черевиків - ось що послужить мені лінійкою!».

Виконавши ряд простих дій з двома шкіряними ремінцями, герой Майн Ріда розділив їх на відрізки довжиною один фут, чотири, два і один дюйм. З їх допомогою він позначив ножем поділки на палиці, тобто перетворив її на інструмент для вимірювань.

Як хлопчик розділив ремінці від черевиків на частини потрібної довжини?

Ось відповідь, подана автором роману: «Я взяв обидва шнурка і зв'язав їх міцним вузлом. Вийшов ремінець більш ніж в чотири фути завдовжки.

Приклавши його до чотирифутової лінійки, я обрізав лишок, щоб в ремінці було рівно чотири фути.

Впевнившись, що ремінець точно відповідає чотирифутовій лінійці, я склав його кінці докупи і, простягнувши між стиснутими пальцями, знайшов середину. Міцно тримаючи ремінець, я розрізав його в місці згину і таким чином розділив на дві половини однакової довжини, кожна по два фути. Ту половину, де був вузол, я відклав убік, бо вона мені була вже не потрібна, а ту половину, що залишилась, я знову склав удвоє і розрізав. Тепер у мене вже було два відрізки ремінця, кожний довжиною в один фут. Один з цих маленьких ремінців я склав утроє, притиснув пальцями і розрізав… мені пощастило розділити шворку на три частини… однакової довжини.

Розрізаючи ремінець на три частини, я хотів одержати кусочки довжиною в чотири дюйми кожний, щоб потім, склавши чотиридюймовий кусочок вдвічі, мати міру в один дюйм…

Тепер я мав у своєму розпорядженні міру: … кусочки ремінця довжиною один фут, чотири дюйми, два дюйми і один дюйм. З їх допомогою я наніс всі ці відрізки на чотирифутову планку, перетворивши її в щось подібне до аршина, яким користуються торговці тканинами».

Математичні ідеї Л. Толстого

Є люди, обдаровані в значній мірі моральним і художнім почуттям, і є люди, майже позбавлені його. Перші ніби зразу беруть інтеграл. А другі виконують складні обчислення, які не призводять до кінцевих висновків. Ніби-то перші виконали всі обчислення раніше, а тепер користуються результатами. ***Л. Толстой***

Багато цікавих задач пропонував своїм гостям Л. Толстой. Якось, коли всі 20 гостей сіли за стіл, а дружина Софія Андріївна затрималась, Л. Толстой запропонував їм відповісти на питання: чи встигнуть всі, хто сидить за столом, до її приходу, міняючись місцем із своїм сусідом, побувати на всіх можливих комбінаціях розміщень за столом. Дехто подумав дослідним шляхом розв'язати цю задачу, але письменник сказав, що на це потрібно понад 72 мільярди років, якщо на кожне пересідання витрачати 1 секунду. Усі були здивовані й не дуже повірили, що це пов’язано з таким значним часом.

Невістка Л. Толстого, яка пригадала цей епізод, називає число пересідань $\frac{20!}{60^2 \cdot 24 \cdot 365}$.

Перевірте правильність такого результату і знайдіть тривалість цієї кількості пересідань.

Відповідь. $\approx$4 000 000 000 років.

Творчість Л. Толстого глибоко пронизана математичними ідеями. Проаналізуємо з точки зору геометрії повне глибокого морального змісту оповідання Л. Толстого ««Чи багато людині землі треба».

Пахом хоче купити землю.

«– А ціна ж яка (землі – *А.В.)* буде? – говорить Пахом.

– Ціна ж у нас одна: 1000 крб. За день, – відповів старшина.

Не зрозумів Пахом.

– Яка ж це міра – день? Скільки в ній десятин буде?

– Ми цього, – каже, – не вміємо рахувати. А ми за день продаємо: скільки обійдеш за день, те і твоє, а ціна 1000 крб.

Здивувався Пахом.

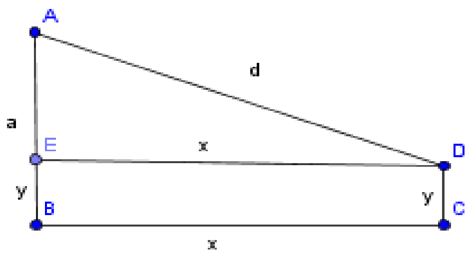
– Так це ж, – каже, – за день землі багато буде.

Засміявся старшина.

– Вся твоя, тільки одна умова, якщо назад не повернешся в день до того ж місця, з якого вийдеш, пропали твої гроші».

Ледь почало світати, Пахом відправився в дорогу. А звідки він почав йти, там старшина поклав свою лисячу шапку, а в ній – Пахомова тисяча.

…Прибіг Пахом до шапки з останніми променями Сонця, що заходило, і впав бездиханний…



Мал. 6.

Скільки ж землі відміряв Пахом за день невпинного ходу?

Я. Перельман вважав, що за даними, наведеними в оповіданні, можна накреслити план ділянки, яку оббігав Пахом (мал. 6). Він біг по сторонам чотирикутника. Про першу сторону в оповіданні сказано: «Верст п'ять пройшов… Пройду ще верст з п'яток; тоді вліво завертати». Отже, довжина першої сторони чотирикутника біля 10 верст.

Про довжину другої сторони, перпендикулярної до першої, даних немає. Довжина третьої сторони, перпендикулярної до другої, відома з оповідання: «По третій стороні всього версти дві пройшов». Відома і четверта сторона: «До місця все тих самих верст 15».

– Знайдемо площу утвореної фігури (з точністю до цілих), тобто, обчислимо площу трапеції ABCD.

$$S = \frac{AB + CD}{2} \times BC = \frac{10 + 2}{2} \times 13 = 78(\textit{кв.верст}).$$

Пахом оббіг ділянку площею 78 кв. верст$\approx$8000 десятин, тобто, десятина коштувала б йому 12,5 коп. (1 верста = 1066,8 м).

Отже, відзначав Я. Перельман, за допомогою літератури можна «зробити геометрію привабливою, заохотити і виховати смак до її вивчення».

У полеміці з істориками, які шукали головну причину війни 1812 р., Л. Толстой у романі «Війна і мир» аналізує безліч причин, причому кожну причину письменник вважає нескінченно-малою величиною, і називає «диференціалом історії». А з «незліченної множини» таких причин і може виникнути війна в даний момент між даними противниками. Історик Я. Лурьє вважає, що «диференціал історії» в Л. Толстого подібний до «неподільної» стародавніх атомістів, свого роду «математичний атом», нескінченно-мала одиниця історичного руху.

В останні роки життя Толстой став пацифістом, толстовцем, тобто засуджував будь-яке насильство, а людей, які обрали добровільно військові спеціальності, вважав злочинцями. В 1919 р. англійський метеоролог, дослідник Першої світової війни Л. Річардсон у праці «Математична психологія війни» (опублікована в 1935 р.) вивів диференціальне рівняння розвитку конфлікту між двома країнами. За цим рівнянням, зростання і падіння військових витрат за одиницю часу пропорційні обсягу цих витрат у супротивника. Вчений підтримав поширену на той час концепцію, згідно якої війна – ініціатива лідерів (або породження економіки). «Рівняння лиш описують, що люди зроблять, якщо вони не зупиняться і задумаються».

Річардсон був «квакером» (секта з'явилася в XVII ст. ст., на початку XX ст. зблизилася з толстовцями) і не міг стріляти в людей. В роки Першої світової війни він був санітаром (до появи десантних військ санітари займали перше місце за кількістю втрат). І хоча Річардсон в своїй праці на Толстого не посилався, однак похідні від військових витрат за часом, використані ноим, це частинні похідні від розподілу толстовських диференціалів історії і часу.

Наведемо уривок з роману «Війна і мир». (ІІІ т., Розділ 3)

«Для человеческого ума непонятна абсолютная непрерывность движения. Человеку становятся понятны законы какого бы то ни было движения только тогда, когда он рассматривает произвольно взятые единицы этого движения. Но вместе с тем из этого-то произвольного деления непрерывного движения на прерывные единицы проистекает большая часть человеческих заблуждений.

Известен так называемый софизм древних, состоящий в том, что Ахиллес никогда не догонит впереди идущую черепаху, несмотря на то, что Ахиллес идет в десять раз скорее черепахи: как только Ахиллес пройдет пространство, отделяющее его от черепахи, черепаха пройдет впереди его одну десятую этого пространства; Ахиллес пройдет эту десятую, черепаха пройдет одну сотую и т. д. до бесконечности. Задача эта представлялась древним неразрешимою. Бессмысленность решения (что Ахиллес никогда не догонит черепаху) вытекала из того только, что произвольно были допущены прерывные единицы движения, тогда как движение и Ахиллеса, и черепахи совершалось непрерывно.

Принимая все более и более мелкие единицы движения, мы только приближаемся к решению вопроса, но никогда не достигаем его. Только допустив бесконечно-малую величину и восходящую от нее прогрессию до одной десятой и взяв сумму этой геометрической прогрессии, мы достигаем решения вопроса. Новая отрасль математики, достигнув искусства обращаться с бесконечно-малыми величинами, и в других более сложных вопросах движения дает теперь ответы на вопросы, казавшиеся неразрешимыми.

Эта новая, неизвестная древним, отрасль математики, при рассмотрении вопросов движения, допуская бесконечно-малые величины, то есть такие, при которых восстановляется главное условие движения (абсолютная непрерывность), тем самым исправляет ту неизбежную ошибку, которую ум человеческий не может не делать, рассматривая вместо непрерывного движения отдельные единицы движения.

В отыскании законов исторического движения происходит то же. Движение человечества, вытекая из бесчисленного количества людских произволов, совершается непрерывно. Постижение законов этого движения есть цель истории. Но для того, чтобы постигнуть законы непрерывного движения суммы всех произволов людей, человеческий ум допускает произвольные, прерывные единицы.

Первый прием истории состоит в том, чтобы, взяв произвольный ряд непрерывных событий, рассматривать его отдельно от других, тогда как нет и не может быть начала никакого события, а всегда одно событие непрерывно вытекает из другого. Второй прием состоит в том, чтобы рассматривать действие одного человека, царя, полководца как сумму произволов людей, тогда как сумма произволов людских никогда не выражается в деятельности одного исторического лица.

Историческая наука в движении своем постоянно принимает все меньшие и меньшие единицы для рассмотрения и этим путем стремится приблизиться к истине. Но как ни мелки единицы, которые принимает история, мы чувствуем, что допущение единицы, отделенной от другой, допущение начала какого-нибудь явления и допущение того, что произволы всех людей выражаются в действиях одного исторического лица, ложны сами в себе.

Всякий вывод истории … распадается, как прах, ничего не оставляя за собой, только вследствие того, что критика избирает за предмет наблюдения большую или меньшую прерывную единицу; на что она всегда имеет право, так как взятая историческая единица всегда произвольна.

Только допустив бесконечно-малую единицу для наблюдения – дифференциал истории, то есть однородные влечения людей, и достигнув искусства интегрировать (брать суммы этих бесконечно- малых), мы можем надеяться на постигновение законов истории.

… Для изучения законов истории мы должны изменить совершенно предмет наблюдения, оставить в покое царей, министров и генералов, а изучать однородные, бесконечно-малые элементы, которые руководят массами. Никто не может сказать, насколько дано человеку достигнуть этим путем понимания законов истории; но очевидно, что на этом пути только лежит возможность уловления исторических законов и что на этом пути не положено еще умом человеческим одной миллионной доли тех усилий, которые положены историками на описание деяний различных царей, полководцев и министров…»

Порівняйте поняття «диференціал історії» і «диференціал» в математиці. Що спільного бачить у них Л. Толстой?

Вчитель профільної школи може використати на уроках метод проблемної інтеграції (літературно-математичне моделювання), при якому учні засобами літератури (на прикладі вивчення роману Л. Толстого «Війна і мир»), і математики (тригонометрична функція) розв'язують проблему: що більш об'єктивно і повніше відображає різноманітну і суперечливу суть людського життя: література чи математика? При цьому старшокласники використовують закони розвитку суспільства, виявляють закономірності в розвитку внутрішнього світу літературного героя і математичної функції, можуть змоделювати їх на комп'ютері. Такий урок дозволяє їм розвивати аналітичні здібності до пізнаня загальних законів оточуючого світу, законів природи, власного розвитку; знання учнів формується на основі загальнонаукових ідей і понять. Розв'язуючи міжпредметну проблемну ситуацію, вони опановують уміння самостійно мислити, досліджувати, моделювати, а не завчати.

Погляд на математику і математиків Х. Борхеса

У багатьох старовинних математичних рукописах та друкованних збірниках зустрічаються цікаві задачі, наприклад, задача про сім кішок, що з'їдають семеро мишок і т. д., яка містилася ще в єгипетському папірусі Ахмеса. Схожа старовинна задача читається так:

Йшло семеро старців,
У кожного старця по сім костурів;
на кожному костурі по сім сучків;

на кожному сучку по сім кошелів;
в кожному кошелі по сім пирогів;
в кожному пирозі по сім горобців.
Скільки всіх?

Подібну задачу аргентинський письменник Х. Борхес в оповіданні «Жахливі дзеркала» «вдягнув» у літературну форму.

«Тим, хто відкидає Слово, ... обіцяю я дивне Пекло. Кожен з них буде царювати над 999 царствами вогню, і в кожному царстві 999 вогняних гір, і на кожній горі 999 вогняних веж, і в кожній вежі 999 вогняних покоїв, і в кожному покої 999 вогняних лож, і на кожному з них буде лежати він, і 999 вогняних фігур (з його лицем і його голосом)».

Скільки буде таких фігур-близнюків?

Пропонуємо ще кілька математичнихьроздумів Х. Борхеса.

«Візьмемо парадокс Зенона про неможливість руху. Той, хто йде з пункту А (стверджує Аристотель) ніколи не досягне пункту Б, оскільки спочатку йому треба подолати половину шляху між ними, але спочатку – половину цієї половини, а отже – половину тепер вже цієї половини і так далі до нескінченності. Форма знаменитої задачі з точністю відтворена в «Замку» Кафки, подорожній, стріла і Ахілл – перші кафкіанські персонажі у світовій літературі». «Кафка і його попередники»

«Для Паскаля нескінченний всесвіт – це сфера, коло, яке всюди, а центр – ніде. Чому ж не уявити, що за цією миттю нескінченне минуле? Що все це минуле сходиться саме в цю мить? В будь-яку мить ми на самій середині нескінченної прямої, а будь-яка точка цього нескінченного центру – центр всесвіту, так як і простір і час не мають кінця». «Думаючи вголос»

Задачі в творах А. Чехова

А. Чехов в оповіданні «Репетитор» з тонким гумором описав, як гімназист-семикласник Єгор Зіберов займався репетиторством з хлопчиком Петром Удодовим.

«Купець купив 138 аршинів чорного і синього сукна за 540 крб. Питається, скільки аршинів купив він того й іншого, якщо синє коштувало 5 крб. за аршин, а чорне 3 крб.». *(1аршин = 71,12см -**А.В.**)*

− Повторіть задачу.

Петя повторює задачу і зразу ж, ні слова не кажучи, починає ділити 540 на 138.

− Нащо це ви ділите? Зупиніться! Втім, ... продовжуйте. Є остача? Тут не може бути остачі.

- Давайте я поділю!

Зіберов ділить, виходить 3 з остачею і швидко стирає. «Дивно, – думає він, куйовдячи волосся і червоніючи. – Як же вона розв'язується? Хм! Це задача на невизначені рівняння, а зовсім не арифметична...»

Учитель дивиться в відповіді і бачить 75 і 63.

− …Ну, чого думаєш? Задача ж простенька! – Удодов Петі. – … Розв'яжіть вже ви йому, Єгоре Олексійовичу.

Єгор Олексійович бере в руки грифель і починає розв'язувати. Він запинається, червоніє, блідніє.

− Задача… алгебраїчна. Її з іксом та ігреком розв'язати можна. Втім, можна розв'язати і так. Я ось поділив... розумієте? Тепер треба відняти, розумієте? Або ось що ... Розв'яжіть цю задачу самостійно до наступного уроку ... Подумайте...

Петя єхидно посміхається. Удодов теж посміхається. Обидва вони розуміють, чому збентежився вчитель».

Можна запропонувати учням розв'язати задачу різними способами.

Справді, задача легко розв'язується алгебраїчним способом. Складаємо систему: $\begin{cases} x + y = 138, \\ 5x + 3y = 540. \end{cases}$

Розв'язавши її, одержимо $x = 63$, $y = 75$, тобто 63 аршини синього сукна і 75 аршинів чорного сукна купив купець.

Арифметичним способом задача розв'язується методом на припущення.

а) Що було б, якби купець купив тільки чорне сукно? Більше чи менше він витратив грошей?

$138 \cdot 3 = 414$ (крб.), тобто, купець витратив би на 540 – 414=126 (крб.) – менше, ніж насправді. Аршин синього сукна на 2 крб. дорожчий. Отже, синього сукна купили 126:2=63 (арш.), а чорного 138 – 63=75 (арш.).

б) Нехай купець купив тільки синє сукно, тоді скільки грошей він заплатив би за покупку?

$138 \cdot 5 = 690$ (крб.). Це на 690 – 540=150 крб. більше, ніж насправді. Ці «зайві» гроші взялись з різниці у вартості чорної тканини. Отже, чорного сукна куплено 150:2=75(арш.), а синього 138 –75=63 (арш.).

Перевірка: $63 \cdot 5 = 315$ (крб.) – синє сукно, $75 \cdot 3 = 225$ (крб.) – чорне сукно, 315+225=540 (крб.) – вся покупка.

Після розвязування учитель може запитати в учнів: «Який із способів для вас напростіший? Який спосіб розв'язування потребував більше логічних міркувань?»

Обираючи раціональний метод розв'язування, слід звертати увагу учнів на естетичний бік справи – знаходження «красивого» розв'язуваня задачі.

Прочитайте оповідання А. Чехова «Урок арифметики». Знайдіть помилки в міркуваннях сільського священика.

«У сільській школі захворів учитель, і замість нього на урок арифметики прийшов місцевий священик.

– Сьогодні, діти, – сказав він, – ми з вами займемося множенням і діленням. Давайте, наприклад, 40 поділимо на 8.

Панотець написав на дошці 40, провів вертикальну риску, потім горизонтальну, задумався і сказав: «3». Ще трохи подумав і сказав: «Мало». Він закреслив цифру 3 і написав 4. «Тепер достатньо, – сказав він. – Множимо 4 на 8, одержуємо 32. Віднімаємо 40 і 32, отримуємо 8. Ділимо 8 на 8, отримуємо 1. Всього 41».

Священник довго дивився на дошку і проказав: «Дивно». А в голові майнула думка: розділили 40 на 8, а одержали 41? Враз його осінило. Кожну дію ділення можна перевірити множенням. Візьмем 41 і помножимо на 8. Множимо: 4 на 8, отримаємо 32, потім 8 на 1 отримаєм 8, додаємо 32 і 8. Панотець виконав дію на дошці і одержав 40.

Він довго дивився на дошку і повторював:«Дивно… Дивно, але вірно!».

А.Чехов «Перед постом» (уривок)

«За столом сидить Стьопа, гімназист 2 класу, з примхливим виразом обличчя і з заплаканими очима. Піднявши коліна майже до підборіддя і охопивши їх руками, він … сердито дивиться в задачник.

Павло Васильович (підсідаючи до столу і позіхаючи). Вчишся? Та-ак, братику ти мій ... Погуляли, поспали, млинців поїли, а завтра покаяння і на роботу завітайте. Чому в тебе очі заплакані? Зубренція здолала?

Пелагея Іванівна (кричить із іншої кімнати). Та що ти над дитиною насміхаєшся? Замість того, щоб насміхатись, показав би краще! Адже він завтра знову одиницю одержить, горе моє!

Павло Васильович. Що ти не розумієш?

Стьопа (сердито). Та ось ... ділення дробів! Ділення дробу на дріб.

Павло Васильович. Гм...чудний! Що ж? Тут і розуміти нічого. Зазубри правило, от і все ... Щоб поділити дріб на дріб… Для цього треба чисельник першого дробу помножити на знаменник другого, і це буде чисельником частки... Ну-с, потім знаменник першого дробу...

*Стьопа (перебиває)*Я це без вас знаю! Ви покажіть мені доведення!

Павло Васильович. Доведення? Добре, давай олівець. Слухай. Нехай нам треба сім восьмих розділити на дві п'ятих. Так-с. Механіка тут у тому, братику мій, що потрібно ці дроби розділити один на одного... Будемо так міркувати. Нехай, нам треба розділити сім восьмих не на дві п'ятих, а на два, тобто тільки на чисельник.

Стьопа. Ділимо. Що ж виходить?

Павло Васильович. Так. Молодець. Ну-с, штукенція в тому, братику мій, що ми ..., якщо ми ділили на два, то ... Стривай, я сам заплутався».

Допоможіть Павлу Васильовичу і його сину Степану вийти із складної ситуації.

Іноді вчені-математики строго науково сприймають художні твори. Творець прообразу сучасних обчислювальних машин Ч. Беббедж, прочитавши поему англійського поета У. Теннісона «Видіння гріха» надіслав йому листа, в якому написав:

«Пане, у вашій поемі є такі рядки:

Кожної миті народжується людина,

Кожної миті вмирає людина.

Це не точно, позаяк приріст населення земної кулі збільшується. Я вам раджу виправити вашу поему й записати так:

Кожної миті вмирає людина.

Кожної миті народжується 1і одна шоста людини».

Насправді треба було б вмістити складніший дріб 1, 6749, але нехай і так – для поезії згодиться й ця цифра».

Російський письменник О. Толстой у своєму романі переконує, що інженер Гарін, щоб одержати конденсовані пучки світлової енергії, застосовував не параболічні, а гіперболічні дзеркала. Маючи вищу технічну освіту, автор зробив «помилку» навмисне, бо вважав: назва «Гіперболоїд інженера Гаріна» звучить краще, ніж «Параболоїд інженера Гаріна». А для більшості читачів не так вже й важливо, що насправді параболічне дзеркало дає напрямлений пучок світла.

Задачі, які автори літературних творів пропонують читачам, часто розглядаються ними як деталь або фон у канві твору. Однак, любитель математики завжди може спробувати розв'язати задачу, розібратися, чи має вона розв'язок. Іноді в умові задачі не вистачає даних, в іншому випадку вона виражена неявно і її треба вміти побачити. Деякі задачі неправдоподібні чи розв'язані авторами з помилками!

Так, задача, наведена в оповіданні **С. Васильченка** «Мужицька арихметика», викликала гнів у селян, які її слухали і призвела до сутички з монопольщиком (торговцем).

«Візник Антон прочитав умову задачі: «Крестьянин обязался перевезти из города 50 ламп с тем условием, чтобы за каждую доставленную лампу платили ему по 5 копеек, а за каждую разбитую высчитывали с него по 1 рублю 20 копеек. При перевозке три лампы разбились. Сколько заработал крестьянин за перевозку ламп?».

Розв'язування. За 50 перевезених ламп селянину мали б заплатити $50 \cdot 5 = 250$ к. = 2 крб. 50 к. За три розбиті лампи з селянина вирахували б: 1 крб. 20 к.= 120 к., $120 \cdot 3 = 360$(к). Отже, селянин не заробив, а втратив би 1 крб. 10 к. (250 – 360 = – 110 (к.) = – 1 крб. 10 к.).

(Після розв'язання задачі стає зрозумілим, чому вона викликала таку бурхливу реакцію селян.)

У романі російського письменника **М. Салтикова-Щедріна** «Пани Головльови» читаємо: «Сьома година вечора. Порфирій Володимирович встиг уже виспатися після обіду і сидить у себе в кабінеті, підраховуючи, скільки було б у нього грошей, якби матуся Орина Петрівна, подаровані йому при народженні дідусем Петром Івановичем сто карбованців асигнаціями, не привласнила собі, а поклала вкладом у ломбард на ім'я малолітнього Порфирія. Виходить, однак, небагато: вісімсот карбованців».

У романі не вказано вік Порфирія Володимировича, коли він робив підрахунки, але припустивши, що йому 50 років, обчисліть, скільки процентів річних платив ломбард у той час?

Відповідь. $p \approx 11{,}18\%$. На той час це був зависокий річний процент.

Дж. Лондон у романі «Маленька господиня Великого Будинку» описує такий епізод: «Серед степу височіла сталева жердина, вкопана глибоко в землю. 3 верхівки жердини до краю поля тягнувся трос, прикріплений до трактора. Механіки натиснули на важіль, і мотор запрацював. Машина сама рушила вперед, описуючи коло навколо жердини, що служила її центром.

– Щоб остаточно вдосконалити машину, – сказав Грехем, – вам залишається перетворити коло, яке вона описує, у квадрат.

– Так, але на квадратному полі пропаде при такій системі дуже багато землі.

Грехем виконав деякі розрахунки. а потім зауважив:

– Втрачається приблизно три акри з кожних десяти.

– Не менше».

Чи правильно виконано обчислення?

Відповідь. $\approx$22%, а не 30% , як обчислив герой роману.

У романі **О. Дюма** «Три мушкетери» описується щасливий випадок, який очікував на Д'Артаньяна, під час гри в кості. Кидаючи кубики, мав виграти той, хто набере більше очок.

«Тремтячи, мов у лихоманці, Д'Артаньян кинув кості й побачив, що випало три очка. Його блідість злякала Атоса, але той лише сказав: «Кепський хід, друже...».

Англієць від радості не став навіть змішувати кості й упевнений у перемозі, кинув, не дивлячись, їх на стіл. Д'Артаньян відвернувся, щоб приховати досаду.

− Оце так штука, − як завжди спокійно мовив Атос. – Такий незвичайний хід я бачив лише чотири рази за все своє життя: два очка!

Англієць глянув − занімів од здивування; Д'Артаньян глянув − і занімів од радості»

Чому Д'Артаньян вирішив, що програв, а англієць, що виграв?

Відповідь. Виграє той, хто набрав більше очок. Мінімальна кількість очок, яку можна набрати, – це два, тобто на кожному кубику має випасти по одному очку. Наступна мінімальна кількість очок – 3, тобто коли на одному з кубиків випаде – 2 очки, а на іншому – 1 очко. Випадок випадання очок 2:1 чи 1:2 по відношенню до випадку 1:1 буде в два рази ймовірніший.

У фантастичному романі **О. Казанцева** «Вістря шпаги» французький математик П. Ферма став свідком гри в кості, яка супроводжувалась таким малоймовірним сюрпризом його величності випадку.

«...Массандр, не перемішуючи кості, перекинув кубок, і навіть не подивився на кості, що випали. І лише за виразами облич тих, хто був навколо, зрозумів – трапилося щось надзвичайне, а тому повернув голову до столу і … завмер. На ньому лежало *6 кубиків з одним очком на кожному.*

– Цього не може бути! – вигукнув прокурор.

– Я молився, просив чуда, пане прокуроре, – прошепотів капітан».

Яка ймовірність випадання одного очка на кожному з шести одночасно кинутих кубиків? Чому цю подію сам щасливець прирівнював до чуда, а інші просто вважали, що її не може бути?

Відповідь. Випадання кожної з шести граней кубика рівноможливі. Оскільки граней в кубику шість, одне очко вибите лише на одній з них, то ймовірність випадання одного очка для кожного окремо взятого кубика дорівнює $\frac{1}{6}$. Ймовірність випадання одного очка на кожному з шести одночасно кинутих кубиків дорівнює $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=(\frac{1}{6})^6=\frac{1}{85536}$. Це справді дуже мале число, а таке випадання – унікальне явище.

Теорію ймовірностей, на нашу думку, можна використати і для аналізу художніх творів. Це не тільки розширює систему понять у літературі, математиці, але й розкриває аналогії в різних галузях знань.

Теорія ймовірностей дозволяє з допомогою математичної статистики обчислити не тільки ймовірність якоїсь події в житті літературного героя, а й спрогнозувати наступні події, тобто передбачити їх «міру достовірності», «ступінь реалізму» художнього твору, враховуючи світогляд письменника. Так , вивчаючи кульмінаційний момент роману Достоєвського «Злочин і кара» – вбивство старої та її сестри Лізавєти, необхідно спочатку зібрати і проаналізувати сукупність обставин, що сприяли здійсненню злочину. Ця робота вимагає від учнів ретельного аналізу художніх деталей роману.

Учням слід наголосити: при побудові теорії подій в математитиці ігноруються ситуації, не істотні для даного явища, а при художньому аналізі цього робити не можна, бо тут все важливо.

З відношення подій *(m),*що сприяли здійсненню злочину до числа всіх подій, що відбулись за даний період часу *(n)*, можна визначити ймовірність (достовірність) вбивста *(P)* за формулою $P=\frac{n}{m}$*(* так як $0\langle m\langle n$, то ймовірність будь-якої події є невід'ємне число, що не перевищує *1).*

Далі можна проаналізувати (враховуючи християнський світогляд Ф. Достоєвського) ймовірність каяття Раскольникова.

Таке інтегроване заняття вимагає від учнів уважної роботи з текстом твору, ретельного аналізу художніх деталей, розуміння ідейно-художніх особливостей роману.

Задача від М. Хвильового

Наш колгосп добре обробив землю, і треба сподіватись на великий врожай. З гектару можна буде взяти до ста пудів! А скільки в землю вкинемо? Не більш, як з вісім. Скільки ж це, виходить, ми одержимо з пуда? Більше, як 12! Та тільки чи одержимо ми до ста пудів? Вірно, на нашій землі пуд може дати більше як 10. Але в землю нашу можна вкинути не 8, а 3, скажімо пуди. Скільки ж тоді ми одержимо з гектару? Три рази хоч би й по 12? Тридцять шість пудів – так? Де ж ділись 64?

Подані вище матеріалів доцільно використовувати на інтегрованих уроках математики і літератури, математики, фізики та літератури та в позакласній роботі.

Наведемо приклад плану-конспекту інтегрованого уроку з алгебри і зарубіжної літератури (11 кл)[36].

Тема уроку. Основні поняття теорії ймовірностей. Питання випадковості та ймовірності в романі М. Булгакова «Майстер і Маргарита».

Мета уроку. ознайомити учнів з основними поняттями теорії ймовірностей: розглянути філософське питання випадковості та ймовірності в романі М. Булгакова «Майстер і Маргарита»; розвивати критичне мислення учнів, уміння аналізувати та робити висновки.

На дошці заздалегідь зроблено записи:

Випадковий – той, який стався десь за збігом обставин, відбувся непередбачено, несподівано.

Збіг – випадкове поєднання яких-небудь обставин, подій.

Доля – збіг обставин, напрям життєвого шляху, що ніби не залежать від бажання та волі людини; подій життя.

ХІД УРОКУ

І. Вступна частина.

Учитель математики. Сьогодні на уроці ми почнемо ознайомлення з непростою, досить цікавою наукою – теорією ймовірностей. Це буде інтегрований урок математики і зарубіжної літератури. Саме цей шкільний предмет допоможе нам у вивченні теми.

Учитель літератури. На попередньому уроці ми розглядали різні філософські питання, що піднімалися в романі «Майстер і Маргарита». Наша мета – випадковості та ймовірності.

Дайте відповідь на такі питання.

1. Що ми називаємо у житті випадковим ?

(Учні висловлюють свої думки. Узагальнюючи їх, доходимо висновку: випадковий – той, який з'явився непередбачено.)

2. Як ви вважаєте, все, що з нами відбувається, є випадковим чи ні?

3. Що в романі, на вашу думку, можна вважати випадковим?

(Наприклад, зустріч Майстра та Маргарити, смерть Берліоза.)

(Учні розмірковують, що таке збіг обставин, умов; про те, що могли бути інші обставини, наприклад, Маргарита могла піти іншою дорогою і не зустріти Майстра. Аннушка могла розлити олію в іншому місці – Берліоз не послизнувся б і залишився живим. Отже, збіг – випадкове поєднання яких-небудь обставин, подій.)

5. Яким іншим словом ми частіше називаємо збіг обставин?

(Відповіді учнів; очікуване слово – доля.)

6. За словником, доля – збіг обставин, напрям життєвого шляху, що ніби не залежить від волі людини; хід подій життя. Ми часто говоримо: «Доля звела». Чи можна це сказати про Майстра та Маргариту? (Відповіді учнів.)

7. Ви впевнені, що їхня зустріч не залежала від їхньої волі? Вони ж у цей день могли просто не виходити з дому – це ж залежало від них?

(Учні висловлюють власні думки і можуть дійти висновку, що доля певною мірою залежить від людини. Учитель відкриває дошку, на якій записано значення слів *випадковий, збіг, доля* (те, що було з’ясовано протягом бесіди), звертає увагу учнів на виділені слова. З цих слів будується своєрідний ланцюг: *доля – збіг – випадкове поєднання – непередбачено.* Звертається увага на перше й останнє слова; учні доходять висновку, що долю, тобто подію життя, неможливо передбачити.)

8. Чи погоджуєтеся ви з останнім висновком?

9. Чи погоджуються з цим герої роману?

(З’ясовуємо, що Воланд – так, Берліоз – ні: людина може спланувати свої вчинки, долю; Маргарита передбачила, що рано чи пізно зустріне Майстра.)

10. Варто згадати ще одне поняття: *ймовірність* – можливість здійснення чого-небудь. Маргарита справді вірила у можливість зустрічі з коханим, але якою була ймовірність того, що вони зустрінуться у багатотисячній Москві?

(Очікувана відповідь: мізерною)

11. Якою була ймовірність того, що Майстер і Маргарита зустрінуться в багатотисячній Москві та саме в певний день?

(Очікувана відповідь: ще меншою)

12. А якою була б ймовірність цієї зустрічі, якби вони жили на одній вулиці? (Очікувана відповідь: значно більшою.)

13. Від чого ж залежить ймовірність якоїсь події в житті людини?

(Учні : від обставин, часового проміжку, місця події.)

Учитель літератури. Ви спробували висловити свої думки стосовно порушеного питання і певною мірою думки М. Булгакова, оскільки користувалися прикладами з його роману. Хто з вас правий? Усі, кожний по-своєму, адже у таких випадках не може бути єдиної правильної відповіді. Але у математиці на поставлені запитання є своя відповідь.

ІІ. Вивчення нового матеріалу та первинне закріплення знань.

Учитель математики. Ви вже з'ясували, які події (за словником) називають випадковими. Саме вивченням закономірностей масових випадкових подій займається теорія ймовірностей. Як самостійна наука вона з'явилась у середині XVII ст. Тоді, розглядаючи задачі, що виникли у зв'язку з азартними іграми, французькі математики Б. Паскаль і П. Ферма вели поняття теорії ймовірностей. Так було закладено основи нової науки.

Первісним (неозначуваним) поняттям теорії ймовірностей є поняття *події.*

Подія – це будь-яке явище, про яке можна сказати, що воно відбувається чи не відбувається за певних умов, причому абстрагуючись від конкретної природи самої події.

Позначають події великими латинськими буквами: A, B, C…. Будь яка подія відбувається внаслідок *випробування*.

Випробування – це умови, в результаті яких відбувається чи не відбувається подія. Випробуванням може бути: підкидання монети (подія A – «поява герба», подія B – «поява числа»); підкидання грального кубика тощо. Як ви думаєте, чи зможемо ми передбачити результат подій, що весь час повторюються, наприклад підкидання грального кубика?

(Відповіді учнів).

Завдання 1. Заповнити таблицю 1, відокремлюючи події та випробування, для такого переліку фактів:

1) На екзамені випадає білет №1363.
2) Будильник, що дістаємо з коробки, бракований.
3) Оглядаємо поштову скриньку і знаходимо 4 листи.
4) Набираючи телефонний номер навмання, зв'язуємося із знайомим.
5) Під час нагрівання дроту збільшилася його довжина.
6) Після зниження температури вода перетворилася в лід.

Таблиця 1.

№ з/п	**Випробування**	**Подія**
1		
2		

3		
4		
5		
6		

Наведіть свої приклади випробувань і подій. (Учні наводять приклади.)

*Учитель математики***.** Розглянемо, якими можуть бути події.

(Учні під керівництвом учителя дають означення випадкової, вірогідної, неможливої подій.)

Випадковою подією називають подію, що може відбутися або не відбутися під час здійснення певного випробування.

Проаналізуйте таблицю 1 і виділіть випадкові події.

(Учні аналізують таблицю та виділяють випадкові події)

Вірогідною називають подію, що внаслідок даного випробування обов'язкововідбудеться. Наприклад, поява на грані кубика числа, меншого

за 7. Проаналізуйте таблицю 1 та виділіть вірогідні події.

(Учні аналізують таблицю та виділяють вірогідні події)

Неможливою називають подію, що внаслідок даного випробування не може відбутися. Наприклад, поява на грані кубика числа, більшого за 7.

Проаналізуйте таблицю 1 та виділіть неможливі події.

(Учні аналізують таблицю та виділяють неможливі події)

Учитель літератури. Перед вами на дошці ще одна таблиця, але вже з прикладами з роману М. Булгакова. Таблиця 2 заповнена частково (стовпець «випробування»). Потрібно заповнити її повністю та визначити вид події, обґрунтовуючи свою думку.

(Стовпець «події» учні заповнюють самостійно з наступним поясненням до записів.) У результаті таблиця 2 матиме такий вигляд.

№ з/п	Випробування	Події
1	Алоїзій Могарич доніс на Майстра	Алоїзій отримує квартиру (випадкова подія)
2	Маргарита не намазалась дивним кремом, який їй дав Азазелло	Літає (неможлива подія)
3	Ієшуа потрапляє до Крисобоя	Ієшуа поб'ють (вірогідна подія)
4	Маргарита погодилась на пропозицію Воланда	а) поверне Майстра; б) не поверне Майстра; (випадкові події)
5	Поплавський приїхав до Москви	а) отримав квартиру; б) не отримав квартири; (випадкові події)
6	Маргарита щодня ходить вулицями Москви з надією стріти Майстра	а) зустріне Майстра; б) не зустріне Майстра; (випадкові події)

Учитель літератури. Майже всі названі події відбуваються в романі лише один раз або не відбуваються взагалі. Але чи могли б повторитися запропоновані ситуації-випробування?

(Очікувана відповідь: Так.)

Учитель математики. Розглянемо це питання з точки зору теорії ймовірностей. У житті є однорідні події, що спостерігаються за певних умов і можуть бути відтворені необмежену кількість разів. Такі події називають *масовими.* Наведіть приклади масових однорідних подій.

(Учні наводять приклади: жеребкування, стрільба по мішені тощо.)

Прикладом *одиничної* події є падіння Тунгуського метеорита. Але теорія ймовірностей вивчає лише масові випадкові події та їх закономірності. Часто жеребкування проводиться за допомогою підкидання монети. Перевіримо, чи існує якась закономірність у випаданні «герба» або «числа».

(Проводиться випробування (10 раз), результати записуються на дошці.)

Учитель математики. Чи можна, виходячи з отриманих результатів, помітити якусь закономірність?

(Очікувана відповідь: ні.)

Далі учні самостійно працюють з таблицею 3.

Учитель математики. У якому ж випадку можна встановити закономірність?

(Учні доходять висновку, що лише при великій кількості випробувань.)

Учитель літератури. Чи можна віднести зустріч Майстра і Маргарити до масових однорідних подій? Чому?

(Очікувана відповідь: так)

Учитель літератури. Зустріч двох незнайомих людей справді можна відносити до масових однорідних подій. Але масові однорідні події – це не останнє поняття теорії ймовірностей, з яким ви ознайомитесь сьогодні.

*Учитель математики***.** Є ще поняття, що допоможуть розв'язувати задачі на обчислення ймовірності випадкових подій.

Повною групою подій називають множину подій таких, що в результаті кожного випробування обов'язково повинна відбутися хоча б одна з них.

Наприклад, у випробувані «підкидання грального кубика» повну групу подій становлять такі події:

A_1 – «поява числа 1»; A_2 – «поява числа 2»;

A_3 – «поява числа 3»; A_4 – «поява числа 4»;

A_5 – «поява числа 5»; A_6 – «поява числа 6».

Завдання 2. Чи утворюють повну групу такі події:

а) випробування – підкидання монети; подія:

A_1 – «поява герба», A_2 – «поява числа»;

б) випробування – підкидання двох монет; події:

A_1 – «поява двох гербів», A_2 – «поява двох чисел»?

Попарно несумісні події – це події, ніякі дві з яких не можуть відбутися одночасно. Наприклад, випадання цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при одному підкиданні грального кубика – це шість несумісних подій.

Завдання 3. Чи є несумісними такі події:

а) випробування – два постріли по мішені; події:

C_0 – «жодного попадання»,

C_1 – «одне попадання»,

C_2 – «два попадання»;

б) випробування – витягування двох карт з колоди; події:

D_0 – «поява двох чорних карт»,

D_1 – «поява туза»,

D_2 – «поява дами»?

Рівноможливі події –первісне поняття; це такі події, кожна з яких не має ніяких переваг у появі частіше за іншу під час багаторазових випробувань, що проводяться за однакових умов.

Наприклад, випадання цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, при одному підкидані грального кубика – рівноможливі події.

Завдання 4. Чи є рівноможливими такі події:

а) випробування – постріл по мішені; події:

C_1 – «попадання », C_2 – «промах»;

б) випробування – підкидання неправильної (зігнутої) монети; події:

A_1 – «поява герба», A_2 – «поява числа»?

Якщо події:

1) утворюють повну групу подій;
2) є несумісними;
3) є рівноможливими,

то вони утворюють *простір елементарних подій.*

Завдання 5. Чи утворюють простір елементарних подій такі події:

а) випробування – підкидання грального кубика; події:

C_1 – «поява не більше від двох очок»,

C_2 – «поява трьох або чотирьох очок »,

C_3 – «поява не менше від п’яти очок»;

б) випробування – витягування двох карт із колоди; події:

D_1 – «поява двох червоних карт», D_2 – «двох чорних карт»?

Завдання 6. Поділіть слово «прокуратор» на склади та навмання виберіть один з них. Результат експерименту – запис вибраного складу.

а) побудувати простір елементарних подій.

б) назвати події, у яких запис вибраного складу містить:

1) букву k або m (подія A);
2) одну або дві букви (подія B);
3) не більше від трьох букв (подія C);
4) три букви (подія D);
5) букву p (подія E).

III. Аналіз події у романі згідно з вивченим матеріалом з теорії ймовірностей.

Учитель математики. Розглянемо деякі події, що відбувалися у романі М. Булгакова, та проаналізуємо їх.

1. «Страта Ієшуа і страта Варраввана» – повна група подій (хоча б одна з них відбудеться); вони попарно несумісні (не можуть відбутися разом) та рівноможливі. Отже, дані події утворюють простір елементарних подій.

2. «Майстер написав роман про Понтія Пілата й Ієшуа. Роман надрукують або не надрукують» – повна група подій (хоча б одна з них відбудеться); вони попарно не сумісні (не можуть відбутися разом), події не можуть бути однаково можливими (адже в Радянському Союзі такий роман у той час не надрукували б). Отже, дані події не утворюють простір елементарних подій.

IV. Підсумок уроку.

Учитель літератури. На уроці ми розглянули питання випадковості та ймовірності в романі М. Булгакова «Майстер і Маргарита» з урахуванням теорії ймовірностей.

Учитель математики. Ми почали вивчати основні поняття теорії ймовірностей. Як підсумок скажіть, що ви розумієте під такими поняттями:

1) теорія ймовірностей;
2) подія (випадкова, вірогідна, неможлива);
3) простір елементарних подій.

Рефлексія: На уроці я:

а) дізнався…
б) навчився…
в) узагальнював думки інших…
г) я вносив вдалі пропозиції…

Д/З за записом.

3.2. МАТЕМАТИКА В ГУМОРИСТИЧНИХ ТВОРАХ ПИСЬМЕННИКІВ

...Жартівливі приклади часто мають більше значення, ніж корисні.

М. Штіфель

Математичні пародії та жарти відомі в літературі дуже давно. Ще вчений-землемір Метоном з комедії Аристофана «Птахи» в розмові з афінянином Пісфотером нахвалявся розв'язати одну з найвідоміших задач давнини – задачу про квадратуру круга:

Візьму лінійку, проведу пряму я,
І круг тоді ураз квадратом стане:
Всередині влаштуємо ми ринок,
А вже від нього вулиці підуть –
Рівненькі, мов проміння в зірки,
Хоч сама зірка й кругла.

Класичним зразкам математичної пародії притаманне несподіване, цікаве й дотепне використання математичних понять і методів, як зокрема, в оповіданнях А. Чехова («Задачі божевільного математика», «Канікулярні роботи Надійки N»), гуморесках Остапа Вишні («Геометрія», «Ведмідь», «Паралепіпед»). Цікаві задачі-пародії можна знайти в романах Я. Гашека («Пригоди бравого вояка Швейка»), І. Ільфа і Є. Петрова («Золоте теля», «Дванадцять стільців»), Б. Нушича («Автобіографія») та ін.

Математичні задачі-жарти А. Чехова

Перші літературні спроби Антона Чехова пов'язані з рукописним гумористичним учнівським журналом «Заїка» і листами до рідних, де він проявив себе як професійний критик, яскраво і образно розказуючи про прочитане і побачене. Проте своє майбутнє Чехов вирішив присвятити медицині. Після закінчення гімназії, він отримав невелику стипендію і вступив на медичний факультет Московського університету(1879).

У 1880 р. у журналі «Стрекоза» з'являються перші публікації його гумористичних оповідань під різноманітними, смішними псевдонімами (Людина без селезінки, Антоша Чехонте та ін.).

Оповідання «Задачі божевільного математика» надруковано в 1882 р. у журналі «Будильник» за підписом Антоша Чехонте.

Ці «задачі» можна використати на математичному вечорі до Дня сміху.

«Зараз ми проведемо турнір «Хто швидше?». Я читаю умову задачі, ви уважно слухаєте і думаєте як її розв'язувати. Перемагає той, хто швидше дасть правильну відповідь.

«1) За мною гналось 30 собак, з яких 7 білих, 8 сірих, а інші чорні. Питається, за яку ногу вкусили мене собаки, за праву чи ліву?

2) Автолімед народився в 223 році, а помер після того, як прожив 84 роки. Половину життя провів він у мандрівках, третину життя потратив на задоволення. Скільки коштує фунт цвяхів, і чи був жонатим Автолімед?

3) Під Новий рік з маскараду Большого театру вийшли подихати свіжим повітрям 200 чоловік. В цей час на вулиці розпочалась бійка. Якщо учасників бійки було двісті, то скільки було п'яних, легко п'яних і тих, що бажали, але не знайшли можливості, «почесати кулаки»?

4) Купили 20 цибиків чаю. В кожному цибику було по 5 пудів, кожний пуд мав 40 фунтів. Із коней, які везли чай, два здохли в дорозі, один з візників захворів, і 18 фунтів розсипалось. Фунт має 96 золотників чаю. Питається, яка різниця між огірковим розсолом і здивуванням?

5) Англійська мова має 137856738 слів, французька в 0,7 разів більше. Англійці домовились з французами і об'єднали обидві мови воєдино. Питається, скільки коштує третій папуга і скільки потрібно було часу, щоб скорити ці народи?

15 жовтня 1883 р. у журналі «Осколки» Антоша Чехонте подав таку задачу: «У мужика Петра було 5 гусей, 6 качок і 10 курей. На свої іменини він зарізав одного гусака і двох курей. Запитується, що в нього залишилось, коли відомо, що під час обіду заходила до нього одна особа…?» Звичайно, «залишилось одне лиш пір'я».

А ця «задача» розв'язана в оповідання «Канікулярні роботи Надійки N»: «Три купці внесли на рахунки торгового підприємства капітал, на який через рік отримано 8000 крб. прибутку. Питається: скільки отримав кожний отримав кожний з них, якщо перший вніс 35000, другий 50000, третій 70000?

Розв'язування. Щоб розв'язати цю задачу, треба, по-перше, дізнатися, хто з них найбільше вніс грошей, а для цього треба всі три числа відняти одне від другого, і отримаємо, що третій купець вніс більше , ніж інші, тому що його внесок не 35000 і не 50000, а 70000. Тепер дізнаємося, скільки кожний з них отримав, а для цього поділимо 8000 на три частини, так щоб найбільша частина дісталась третьому. Ділимо: 3 в 8 міститься 2 рази. 3х2=6. Добре. Вирахуємо 6 із 8 і і одержимо 2, зносимо нулик. Вирахуємо 18 із 20 і одержимо ще раз 2. Зносимо нулик і так далі до самого кінця. Вийде, що ми одержимо результат – $2666\frac{2}{3}$, що треба було довести, тобто кожний купець отримав $2666\frac{2}{3}$ крб, а третій мабуть, трошки більше».

Чи правильно автор розв'язав задачу?

Подані нижче уривки з художніх творів та гуморески можна інсценізувати і використати на математичних ранках та вечорах.

А. Аверченко. Учитель Бельмесов

- ... Кулебякін, Ілля! Ну ... ти нам скажеш, що таке дріб.
- Дробом називається частина якого-небудь числа.
- Так? Ти так думаєш? Ну а якщо я наб'ю рушницю дробом, це буде частина якого числа?
- То дріб не така, - посміхнувся блідими губами Кулебякін. - То інша.
- Звідки ти знаєш, про який дріб я тебе запитав? Може бути, я тебе запитав про рушничний дріб. От якби ти був, Кулебякін, розумнішим, ти б запитав: про який дріб я хочу знати – про простий або арифметичний ... І на мою ствердну відповідь, що про останню – ти повинен був відповісти: «арифметичної дробом називається - і так далі» ... Ну тепер скажи ти нам, які бувають дроби.
- Прості бувають дроби, - зітхнув збентежений Кулебякін, - а також десяткові.
- А ще? Який ще буває дріб, а? Ну скажи-но.
- Більше ніякий, - розвів руками Кулебякін, ніби щиро жалкуючи, що не може задовольнити ще яким-небудь дробом ненаситного екзаменатора.
- Так? Більше немає? А ось якщо людина танцює і ногами дріб вибиває - це ж як? По-твоєму, не дріб? От бачиш, друже ... Ти може і знаєш арифметику,

але рідної мови – нашої співучої, різнобарвної мови – ти не знаєш. І це нам всім сумно. Іди, брате Кулебякін, ідобре про все подумай.

Едгар По. Три неділі в одному тижні

Боббі (*зобразивши на обличчі простодушну посмішку*). Люб'язний дядечку, ви завжди такі добрі, поблажливі і багато разів виявляли своє добре ставлення до мене, що... я не сумніваюсь, варто тільки заговорити з вами знову про цю невеличку справу, і я отримаю вашу повну згоду.

Скупердей. Гм, розумнику. Продовжуй.

Боббі. Я переконаний, люб'язний дядечку. *(Шепоче вбік)* У-у-у, щоб ти провалився, старий Злидню! Що ви зовсім і не хочете зашкодити моєму одруженню з Кейт. *(Сміється)* Це просто жарт, я знаю!

Скупердей(сміється). Чорта з два. Ну, так що ж?

Боббі. Ось бачите! Звичайно ж! Я так і знав. Ви жартували. Дорогий дядечко, ми з Кейт тільки просимо вашої поради щодо того ... дати ... ну, ви розумієте, дядечку ... дати … коли вам було б найзручніше ... ну, закінчити цю справу з весіллям?

Скупердей. Закінчити, кажеш, негіднику? Що це означає? Щоб закінчити, треба спочатку почати.

Боббі (*сміється*). Ха-ха! Хе-хе! Хі-хі! Як дотепно? Чудово, їй-богу! Диво! Але нам зараз треба, щоб ви точно призначили дату.

Скупердей. Ну що ж, точно?

Боббі. Так, дядечку. Якщо вам неважко.

Скупердей. А якщо, Боббі, я приблизно прикину, скажімо, в цьому році або трохи пізніше, це тобі не підходить?

Боббі. Ні, дядечку, скажіть точно, якщо вам неважко.

Скупердей. Гаразд, Боббі, мій хлопчику, – ти ж славний хлопчик, авжеж? – якщо вже так хочеш, щоб я призначив точну дату …

Боббі. Так-так дядечку!

Скупердей(*голосно*). Мовчіть, сер. Цього разу я піду тобі назустріч. Ти отримаєш мою згоду – і, звичайно, посаг, не будемо забувати про придане, – зачекай-но, зараз я тобі скажу коли. Сьогодні у нас неділя? Ну так от, ти зможеш зіграти весілля точно – точнісінько, сер! – тоді, коли три неділі поспіль припадуть на один тиждень! Ти чуєш мене? Ну, що втупився, розкривши рота? Ти отримаєш Кейт та її гроші, коли на один тиждень випадуть три неділі. І не раніше, зрозумів, шалапуте? Ні на день раніше, хоч трісни. Ти мене знаєш: я людина слова! А тепер іди геть.

Боббі. Сталося так – за велінням долі, – що серед знайомих моєї нареченої були два моряки, які тільки-но знову повернулися на британську землю, провівши перед тим цілий рік у далекому плаванні. І ось, заздалегідь домовившись, ми з моєю милою кузиною взяли з собою цих джентльменів і нанесли візит дядечку Скупердею.

Було це в неділю десятого жовтня, рівно через три тижні після того, як він сказав своє остаточне слово, перш ніж знищив усі наші надії. Перших півгодини розмова точилась на звичайні теми, але нарешті нам вдалося, ніби ненароком, перевести її в інше русло.

Пратт. М-да, мене не було цілий рік. Якраз сьогодні рівно рік, по-моєму. Зачекайте! Сьогодні ж десяте жовтня. Пам'ятаєте, містере Скупердей, рік тому я цього ж дня приходив до вас попрощатися? І, до слова, треба ж було, щоб так збіглося, що нашого друга капітана Смізертона теж не було тут рік. Рівно рік сьогодні, чи не так?

Смізертон. С-а-аме! Точно рік! Ви ж пам'ятаєте, містере Скупердею, я разом з капітаном Праттом відвідав вас цього дня рівно рік тому і засвідчив перед відплиттям...

Скупердей (перебиваючи.) Так-так-так, я чудово пам'ятаю. Все таки, досить дивно. Обидва ви були відсутні якраз рік! Який дивний збіг! Те, що доктор О'Болтус назвав би рідкісним збігом обставин.

Кейт (*перебиваючи*). І справді, татусю, якось дивно. Але ж капітан Пратт і капітан Смізертон пливли різними рейсами, а це, ви самі знаєте, зовсім інша справа.

Скупердей. Нічого не знаю, пустунко. Та й що тут знати? Як на мене, то тим дивовижніше. Доктор О'Болтус ...

Кейт. Але, татусю, капітан Пратт плив навколо мису Горн, а капітан Смізертон обігнув мис Доброї Надії.

Скупердей. Саме так! Один рухався на захід, а інший на схід. Зрозуміло, сороко? І обидва зробили кругосвітню подорож. А от, доктор О'Болтус ...

Боббі (поспішно). Капітане Пратт, приходьте до нас завтра ввечері − і ви, Смізертоне, приходьте, − розкажете про свої пригоди, зіграємо партію у віст …

Пратт. У віст? Що ви, молодий чоловіче! Ви забули: завтра неділя. Якось іншим разом ...

Кейт. Ой, як це? Роберт ще не зовсім втратив розум. Неділя ж сьогодні.

Скупердей. Зрозуміло, сьогодні..

Пратт. Пробачте, але неможливо, щоб я так помилявся. Я точно знаю, що завтра неділя, оскільки я ...

Смізертон (з подивом). Дозвольте, що ви таке кажете? Хіба не вчора була неділя?

Всі. Вчора? Та ви в своєму розумі!

Скупердей. Кажу вам, неділя сьогодні! Я що…

Пратт. Та ні ж! Завтра неділя.

Смізертон. Ви просто збожеволіли, всі четверо. Я так само твердо знаю, що неділя була вчора, як і те, що зараз я сиджу на тут стільці.

Кейт (*схоплюючись з місця*). Так, я розумію! Я все розумію! Таточку, це вам перст долі −самі знаєте чому. Зачекайте, я зараз все поясню. Насправді це ж дуже просто. Капітан Смізертон каже, що неділя була вчора. І він правий. Кузен Боббі і ми з татком стверджуємо, що сьогодні ж неділя. І це теж вірно. А капітан Пратт переконаний, що неділя буде завтра. Це також правда. Виходить, ми всі маємо рацію, і на один тиждень випало три неділі!

Смізертон (помовчавши). А знаєте, Пратте, Кейт правду каже. Які ж ми дурні. Містере Скупердею, справа ось у чому. Земля, як ви знаєте, має в діаметрі 24 тисячі миль. І ця земна куля крутиться, обертається навколо своєї осі, здійснюючи повний оберт довжиною в 24 тисячі миль із заходу на схід рівно за 24 години. Вам зрозуміло, містере Скупердей?

Скупердей. Так, так, звичайно. Доктор О'Бол ...

Смізертон (перебиває). Тобто, сер, швидкість її обертання − тисяча миль за годину. Тепер припустимо, що я перемістився звідси на тисячу миль на схід. Зрозуміло, що для мене схід сонця відбудеться рівно на годину раніше, ніж тут, у Лондоні. Я обжену ваш час на одну годину. Рухаючись у тому ж напрямку ще на тисячу миль, я випереджаю ваш схід сонця вже на дві години; ще тисяча миль – на три години, і … доки я не повернусь у цю ж точку, пройшовши шлях у 24 тисячі миль на схід і тим самим випередивши лондонський схід сонця рівно на 24 години. Тобто, я на цілу добу обжену ваш час. Розумієте?

Скупердей. Але О'Болтус ...

Смізертон.(голосно). Капітан Пратт, навпаки ж, відпливши тисячу миль на захід, опинився на годину позаду, а здійснивши весь шлях у 24 тисячі миль на захід, на добу відстав від лондонського часу. Ось чому для мене неділя була вчора, для вас – сьогодні, а для Пратта настане завтра. І головне, містере Скупердею, ми втрьох абсолютно праві, бо немає ніяких філософських резонів, чому б думці одного з нас слід було віддати перевагу.

Скупердей. Так. Дійсно... Ну-у, Кейт, це таки справді дарунок долі. Я − людина слова, це кожному відомо. І тому, Боббі, можеш назвати Кейт своєю (з усім її приданим), коли побажаєш. Ви обхитрили мене, обхитрили! Три неділі поспіль, а? Цікаво, що ж тепер скаже О'Болтус?

Остап Вишня
Геометрія

I

Піфагорові штани – назва, по-перше, вульгарна, а по-друге, вона не відповідає дійсному станові речей.

Ну, хто-таки, скажіть, може пошити штани з катета або з гіпотенузи? І скільки треба на штани катетів, а скільки гіпотенуз?

Ніхто цього не скаже.

Отже, піфагорові штани зовсім не штани, а геометрична теорема, що її винайшов і довів великий грецький математик Піфагор.

Він народився на острові Самосі, потім переселився в південну Грецію, де й жив у V столітті до нашої ери.

Піфагорова теорема, як ви знаєте, полягає ось у чім: «Сума площ квадратів, побудованих на катетах прямокутного трикутника, дорівнює площі квадрата, побудованого на гіпотенузі цього трикутника».

Цією теоремою найбільше уславився Піфагор перед математикою, перед усім людством.

І ніколи за це людство Піфагора не забуде.

II

Васька Перепелицю Піфагор цікавив постільки, поскільки треба було знати і вміти довести його теорему перед учителькою геометрії Вірою Іванівною.

І все!

Більше Піфагор аж ніяк Васька Перепелицю не цікавив, а−навпаки − непокоїв його.

Та й справді: десь там аж на острові Самосі народився якийсь там Піфагор, вигадав аж у V столітті теорему, а ти тут страждай!

Та ще й Віра Іванівна:

−Ти, Перепелице, продивись Піфагорову теорему, та не один раз продивись, бо ось-ось екзамени! А ти не дуже, Васю, її знаєш!

Добре говорити Вірі Іванівні − «продивись»: що, вона, Віра Іванівна, центр нападу чи воротар?

Що, їй, Вірі Іванівні, болить, що вчора футбольна команда з вулиці Чкалова забила команді, де грає Васько, три голи, а Васькова команда їм − нуль?

3:0!! Жарти вам!

Добрі мені жарти, коли капітан Васькової команди Вано Недоберидзе плакав!

Чесно, отакими сльозами плакав.

А потім одібрав у Рубена Амудар'яна, воротаря, бутси й крикнув:

− Біжи додому в шкарпетках! Партач!

− Холодно, Вано! Як я побіжу? Та й мама...

− Що «холодно»?! Що «мама»?! А пропускати м'ячі не холодно?! А три −нуль − теж «мама»?!

А Васькові Вано підніс під самісінький ніс кулака :

− У штангу? Я тобі дам у штангу! Так коли Васькові, скажіть, будь ласка, робити оте саме «продивись»?

Несправедлива Віра Іванівна!

III

Екзамени − річ серйозна. Кому хочеться дістати переекзаменовку на осінь, −ціле ж літо тоді нанівець піде!

А як іще, крий доле, на другий рік залишишся?!

А футбол хіба річ не серйозна? Кому хочеться діставати 3:0 на користь супротивника?!

От і крутись! От і страждай!

Дехто каже, що спочатку приготуй уроки, продивись вивчене, а потім і в футбол можна.

Але це так говорять, мабуть, не футболісти.

Хоч візьміть, приміром, Вано Недоберидзе, капітана футбольної команди: він і в футбол грає, і вчиться непогано. Якось так уміє...

А у Васька так не виходить. Чому −він і сам не знає!

Однаково ж він із Вано ніби й уроки готує... Тільки Вано спочатку вивчить уроки, а потім у футбол тренірується, а Васько спочатку тренірується у футбол, а потім учить уроки.

А хіба це не все одно?

Сама ж Віра Іванівна каже, що від зміни місця доданків сума не змінюється.

Перед екзаменами Васько кріпко засумував.

«Доведеться, мабуть, кинути футбол!» − подумав Васько.

− Чого ти, Васю, такий сумний? − запитав його Рубен Амудар'ян.

− Екзамени! Доведеться, мабуть, припинити футбол! За геометрію треба братися! Погано в мене, Рубене, з геометрією!

− «Пифагоровы штаны на все стороны равны», – заспівав Рубен.

− Ти не смійся, Рубене, тут не до сміху. Віра Іванівна сказала, що, як не візьмусь за геометрію, може бути погано!

− «Погано»! «Погано»! −перекривив Васька Рубен. −Що ти не знаєш, що робити? Ту ж саму Піфагорову теорему не можна хіба накреслити на долоні або на пальцях? Та й основні теореми теж сяк-так понамальовуємо. Я тобі перед екзаменами допоможу!

Днів, мабуть, із сім сидів перед екзаменами Васько Перепелиця і все записував чорнильним олівцем на долонях і на обшлагах у сорочці теореми та аксіоми.

Мало не всю геометрію за допомогою Рубена посписував та понакреслював.

«Викручусь!» − думав собі Васько Перепелиця.

Іде Васько Перепелиця на екзамен з геометрії.

Боязко Васькові...

Боязко, та, проте, він сам себе підбадьорює: «Та невже ж провалюсь? Все ж у мене списано».

Треба ж було Рубенові взяти до школи футбольного м'яча, щоб після екзаменів зразу на майданчик −і в футбола!

Раненько прийшли наші учні до школи, −екзамени ще за годину.

− А давай ударимо, Васько, — крикнув Рубен і вдарив по м'ячу.

Васько одбив. Підбігає ще кілька учнів. Літає м'яч по шкільному двору.

От Рубен як ударить! Гарматний удар!

Васько хотів перехопити м'яча, а він його по руках я-а-ак шарахне! Васько впав і руками в калюжу, підхопився, глянув на руку, так і вмер...

Руки −сині-сині, бо чорнильний олівець розлізся, ну, такі руки, хоч поодрубуй.

А головне, м'ячем поперебивало усі перпендикуляри, перемішувало катети з гіпотенузами, а з Піфагорової теореми наробило кваші.

... Як увійшов Васько до класу, як подивилася Віра Іванівна на руки, покивала головою та й опустила в журналі проти прізвища Васі Перепелиці коротенький перпендикуляр...

Одиницю!

Навіть не екзаменувала.

За те поставила, що хотів обдурити вчительку і цілу екзаменаційну комісію.

Про-о-пало у Васька Перепелиці літо.

ПАРАЛЕЛЕПІПЕД

Олег Трійченко, учень 6-го класу, чорнявий, хвацький хлопчина, що курив уже не тільки «Труд», а навіть «Катюшу», а іноді й «Казбека», зустрівся з приятелем своїм, учнем 6-го класу, тільки з другої школи, Ігорем П'ятьорським.

Ігор П'ятьорський запитав Олега Трійченка:

– Ну, як діла з іспитами? Ось-ось уже!

– На большой! — відповів Олег.

– Готовий?

– Як з пушки! Ти знаєш – уже два тижні я ворожу, чи попадеться мені з геометрії перший білет, кручу палець круг пальця і щоразу пальцем у палець попадаю. І вже встиг піддивитися, як білети лежатимуть! Де перші номери, а де останні... Перший номер –і «п'ять». А в тебе як? – запитав Олег у Ігоря.

– Працюю. Хоч у мене з геометрії «п'ять», проте все повторюю, щоб як слід бути готовим.

–Пхе! Повторюю... А я так мало не щодня в Пуща-Водиці. Ох і красота!

–Та я знаю, що красота, та хай уже після іспитів.

–Чудно! Іспити в нас «на ять» будуть.

Аж ось і іспит з геометрії.

Олег Трійченко ще раз покрутив пальцем круг пальця, розвів широко руками, хоробро ті руки звів знову — палець об палець тільки – стук. – Єсть! Складу! – аж підскочив Олег. Упевнено підійшов він до столу, хоробро взяв білет, глянув –і зблід ... Щось у його всередині похололо і посунулось аж туди-туди, а там тільки: тень-тень-тень – затенькало.

– Двадцять три!

«Що ж воно там таке?» – затрусився Олег. Глянув у білет: паралелепіпед.

«Що воно таке?» –думає з жахом Олег.

– Ну, Трійченко, який у тебе білет? – запитує Олена Василівна, вчителька геометрії.

А тут круг стола члени комісії, і всі вони на Олега дивляться, чекають.

– Двадцять третій, Олено Василівно.

– Що там у двадцять третім?

– Ралелопопопід.

– Як-як? Що ти сказав?

– Паралелеопі-пі...

– Ну-ну?..

– Пі... пі... пі...

Уже й члени комісії почали усміхатися, а Олена Василівна вся почервоніла, а Олег стоїть та все:

– Пі... пі... пі...

Розгнівалася Олена Василівна, похитала головою:

– Не «пікай» ти краще, мов те курча! Іди собі, не страмись сам і не страми мене. Восени складатимеш, а літо попрацюй як слід.

Повернувся од столу Олег, глянув на товаришів, а вони губи кусають, щоб уголос не розреготатися. Проходить на своє місце, а вже хтось збоку:
– Пі-пі-пі.

З того часу Олег так і звався в школі: Паралелепіпед. А Ігор П'ятьорський склав іспит на «п'ять». Після іспитів Олег геометрію вчив, а Ігор у Пущі-Водиці в ставку купався та рибу вудив.

ВЕДМІДЬ (уривок)

Добрий мій знайомий … розповів мені дуже інтересний спосіб полювати ведмедя.

Сам я ніколи до того про такий спосіб здобути ведмеже хутро й цілу торбу ведмежого м'яса не чув, але спосіб цей, на мою думку, вартий всілякої уваги, тим паче, що він зовсім безпечний, і мисливець у всякім разі тут своїм життям не ризикує.

Виявляється, що дорослі ведмеді дуже пристрасні математики.

Ви назнаєте місце, де ведмідь полює, чи просто годується, берете великий аркуш дикту, пишете на тому диктові великими літерами таку математичну формулу: 2х2=5.

Написавши цю формулу, берете молоток і цвяхом прибиваєте до ясенка чи до дуба на тій стежці, де ведмедь подорожує. Прибивати треба не дуже високо та й не дуже низько, а так, щоб ведмідь ту математичну формулу побачив. Прибивати краще опівдні, коли ведмідь одпочиває. А як вийде він увечері полювати, щоб він її вже уздрів.

Прибили.

Зразу ж біжіть додому, запрягайте коня в гарбу й їдьте до того математичного місця. Тільки ж не під'їздіть до нього близько, заховайте коня з підводою десь у ярку чи за скиртою соломи, а самі біжіть у ліс, вилазьте поблизу прибитої формули на дуба й чекайте нишком.

Ось іде ведмідь. Тріщить ліщина, падають з неї галузки, і взагалі шум. Ви не бійтесь і спокійно собі чекайте.

Наткнувся, нарешті, ведмідь на дикт з математичною формулою.

Досвідчені в такім на ведмедя полюванні люди розповідають, що, коли він побачить, з ним почина коїтись щось неймовірне. Він то ступне назад, вдивляючись у числа, то знову до них підступить,протира лапою очі, дивиться, дивиться і, пересвідчившись, що таки справді написано $2\times2=5$, хватається лапами за голову й починає ту голову ламати.

Ламає, ламає, ламає ... Ви сидите – і нічичирк! Аж ось голова ведмежа тріска й ламається.

Ви злазите з дуба, підходите до ведмедя, – а він уже мертвий, упокоївся з поламки голови над невірною математичною формулою.

Ви біжіть по підводу, під'їздіть, навалюйте ведмедя на гарбу, урочисто везіть додому. Дехто з мисливців, щоб не видати секрету цього способу полювання на ведмедя, потім б'є його кинджалом у серце.

– Наткнувся, – мовляв, – у лісі на ведмедя, він на мене накинувся, я не розгубився, схопився з ним у страшному герці, – і звалив його ударом кинджала прямо в серце! Ось, дивіться!

І покаже ще й кинджал у ведмежій крові.

А по-нашому – це нечесно: як здобув, так і розповідай! Завжди додержуйся стародавньої охотницької традиції: говори завжди правду, і тільки правду!

Ще раз говорю, що вищеописаного способу полювати ведмедя я не перевіряв, але всі, хто його знає , кажуть, що він дуже добутливий.

Спробуйте, товариші охотники!

Дикт не так дорого коштує, а ведмеже хутро - коштовна річ.

Та й м'ясо не дешеве.

Мініатюру російського письменника Ф. Кривіна «Величина» можна використати як у 5 класі під час вивчення деяткових дробів, так і у старших класах під час повторення окремих властивостей десяткових дробів (як змінюється число після приписування нулів до коми, після коми, після останньої цифри числа). Твір, як і мініатюра «Винесення за дужки», надає можливість для вчителя здійснювати міжпредметні зв'язки з літературою, а для старшокласників – привід поміркувати на базі математичних фактів про справжню значимість людини в суспільстві.

«Позаздрила Одиниця Десятці: «З такою кругленькою сумою я теж дещо б значила!». Тому, придбавши таку кругленьку суму, вона не закинула її, як торбу, за плечі, а виставила наперед – нехай всі бачать. Вийшло досить значимо 0,1. Потім ще, якимись способами вона здобула ще одну кругленьку суму – і теж наперед виставила, мов дивіться які ми: 0, 01. Одиниця відчула смак такої діяльності. Вона тільки й думала, як би схопити побільше нулів, і після довгих старань їй вдалося зібрати їх у великій кількості. Тепер Одиницю не впізнати. Вона стала поважною, значимою, всі її поважають, зважають на неї, всі кажуть: «Так, це величина!». Тепер Одиниця виглядає ось так: 0, 0000000000000000001. Ось якою стала Одиниця!».

А ось ще один жартівливий приклад , наповнений філософського змісту. «Лише коли його виносять за дужки, всі починають розуміти, що це було за число.

- Це був наш спільний множник!
- Це був наш спільний дільник!

Так число набуває значення.Після того, як його винесуть».

3.3. МАТЕМАТИКИ-ЛІТЕРАТОРИ

Біографії людей, корисних для науки і мистецтва, є одним із методів, який ми використовуємо для привернення уваги учнів.

М. Остроградський

Повідомлення про «нематематичні» захоплення видатних математиків привертають увагу учнів до загальнолюдських цінностей і культури, показують різносторонній розвиток творців математики.

Філософом і поетом, класиком перської і таджицької літератури називають Омара Хайяма.

Значний вплив на італійську художню літературу мав Галілео Галілей, якого вважають «батьком італійської наукової прози». Г. Лейбніц перший порушив вікову традицію писати наукові праці лише латинською мовою, заклавши основи німецької літературної мови.

С. Ковалевська мала літературний талант, відзначений відомими тогочасними письменниками. В. Буняковський друкував у літературних журналах свої переклади віршів Байрона і поеми «Паломництво Чайльд Гарольда».

Англійський математик Ч. Доджсон (псевдонім Льюїс Керролл) написав свою знамениту повість-казку «Пригоди Аліси в країні чудес».

Завдяки своїй книзі «Закони віршування» і майстерній поемі «Розалінда» (написана з «математичною точністю» – кожний з чотирьохсот рядків поеми римується з словом «Розалінда») англійський математик Дж. Сильвестр ввійшов в історію американської літератури.

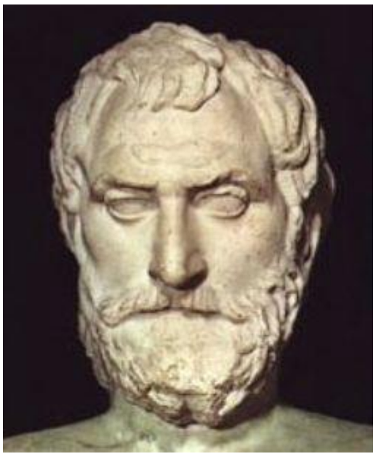
З великим успіхом на сценах німецьких театрів йшли п’єси фундатора топології Ф. Хаусдорфа (літературний псевдонім П. Монтре).

А. Ейнштейн якось сказав: «Достоевский дав мені більше, ніж будь-який мислитель, більше, ніж Гаусс». Він стверджував, що на відкриття теорії відносності його «наштовкнули Моцарт і Достоевский».

Нобелівський комітет у 1950 р. нагородив англійського математика і філософа Б. Рассела премією з літератури як майстра англійської прози.

Російський математик О. Вентцель (літературний псевдонім І. Грекова) у 55 років стала членом Спілки письменників Росії, після виходу з друку її першої повісті «За прохідною» (1962).

Математик, автор знаменитого у ХХ ст. «Збірника задач для вступників до вузів» М. Сканаві чудово володів пером, писав вірші та п’єси (одна з них навіть завоювала приз на Всесоюзному конкурсі). Був тренером однієї з перших команд КВК Москви.



Піфагор (580 - 500 рр.до н. е.)

Піфагор ... означає «прозріваючий гармонією», бо піфії в Древній Греції були жрицями-віщунками, а в Стародавньому Єгипті Гор уособлював гармонію.

***І. Шмельов*.**

Піфагор разом з його вчителем Фалесом ділить славу засновника грецької математики. Вчений перетворив геометрію в абстрактну науку, що розглядала властивості фігур, які він вивчав.

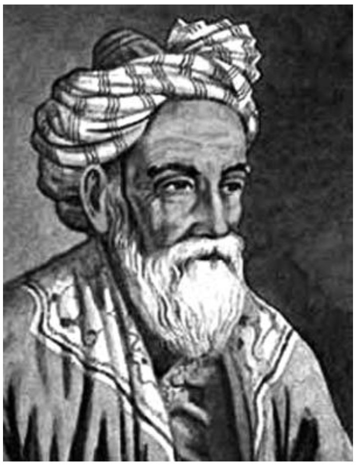
Близько 530 р. до н. е. в місті Кротоні (Італія) заснував власну філософську школу – Піфагорійський союз. За вченням піфагорійців, основоположні принципи світобудови можна було висловити мовою математики і чисел. Вони вважали їх всесильними правителями і законодавцями світу.

У школі Піфагора зародилась теорія чисел, вчення про правильні многокутники й многогранники, розвивалась теорія музики, астрономія тощо. Піфагорійці сформулювали і довели ряд теорем, які й донині використовують в шкільному курсі геометрії, зокрема: теореми про суму внутрішніх кутів трикутника, про рівність трикутників, основні положення стереометрії. Вони вивчали пропорції і прогресії, ввели многокутні, дружні, досконалі числа і вивчали їхні властивості.

Філософію та моральні принципи піфагорійців висловлено в їхніх «Золотих віршах».

… Мать и отца уважай, проявляй внимание к ближним,
С теми кто доблестью всех превосходит, поддерживай дружбу.
Делать старайся полезное людям и следуй советам.
Не обижайся, сколь можешь, на друга за мелкий проступок …
… Сон ограничь, научись обуздывать гнев и желанья.
Не совершай ни сам, ни с другими постыдных деяний.
Пусть, что важнее всего – твоим главным судьей станет совесть.
Быть всегда в словах и поступках стремись справедливым
И никогда не старайся себя вести безрассудно,
Но запомни, … что богатство то прибывает, то убывает.
Помни, что честные люди привержены меньше невзгодам.
…Не раздражайся, узнав, что обман принимают за правду.
То же, что я говорю, всегда исполнить старайся:
Веры к тому не имей, чьи слова и дела ненадежны...
Прежде, чем делать, подумай, иначе получится глупо.
… Не занимайся тем делом, в котором ты не образован,
Но изучай то, что нужно, и жизнь твоя будет прекрасной.

Должно оставить беспечность, коль дело идет о здоровье.
Меру важно во всем соблюдать – в еде и в напитках,
И упражненьях для тела, и мера есть то, что не в тягость.
Образ жизни старайся вести нероскошный и чистый.
Остерегайся деяний, которые вызовут зависть.
Не допускай непомерных расходов, как низкий душою,
Но и не слишком скупись. Основа всего – это мера.
Все дела сначала обдумай, чтоб не было худо.
В успокоительный сон не должно тебе погружаться,
Прежде чем снова не вспомнишь о каждом сегодняшнем деле:
В чем провинился? Что мог совершить? И чего не исполнил?
Перебери все в уме, начиная с начала и после.
Радуйся добрым делам и себя укоряй за дурные.
Сладкому сну усталые очи не дай смежить прежде,
Чем ты обсудишь дневные дела свои, так вопрошая:
Что преступил я? Что натворил? Какого не выполнил долга?
Первым начавши, припомни ты все по порядку, а после,
Коль дела дурны, – о них сокрушайся, добрым же рад будь.
Так поступай и усвой, к чему ты должен стремиться,
Так ты найдешь пути достиженья божественных качеств.



Омар Хайям (1048 – 1131)

Видатний вчений і поет Гійас ад-Дун Абу-л-Фатх ібн Ібрахім Омар Хайям займався математикою, астрономією, хімією, філософією. Найважливіший трактат Хайяма «Про доведення задач алгебри і амукабали» містив майже всі алгебраїчні знанн того часу. В ній пода класифікація рівнянь, задачі на розв’язування рівнянь першого, другого і третього степеня. Він дав перше, що дійшло до нас, означення алгебри як науки про визначення невідомих величин, що знаходяться у деяких співвідношеннях з відомими величинами. Його ідеї застосування алгебри в геометрії нагадують погляди основоположника аналітичної геометрії Декарта.

Омар Хайям відомий світу як автор чотирирядкових віршів – рубаї. Вони проникнуті гордістю за людину, протестом проти несправедливості та гуманізмом.

О Майстре, нашого життя первопричина!
Чом стільки має вад твій первотвір – людина?
Як добре виліпив, навіщо розбиваєш?
А вийшла помилка – чия ж у тім провина?

Шукав поради я у зошитах сторіч –
і скорбний друг мені таку промовив річ:
«Щасливий тільки той, з ким поруч мила – схожа
на місяць-білозір у довгу-довгу ніч!»

***

Якби мені до рук – скрижалі Долі,
Я розписав би їх по власній волі!
Із світу вигнав би всі смутки й болі,
Чолом небес досяг, не жив би долі! (Переклад В. Мисика)

***

Не цурайся скарби наживати горбом,
Навіть, впавши з коня, залишайся верхом.
У бідняцькім лахмітті ти гідність не страчуй,
У багатстві не стань модам рабом!

***

Весь вічний рух у Всесвіті – це ми.
В очах пізнання є зіниця – ми.
Неначе перстень, цей яскравий світ,
Найбільш коштовний камінь в ньому – ми. (Переклад В. Ящука)

Авіценна (Абу-Алі ібн-Сіна, 980-1037)

Ще в 17 років вчений зробив великі наукові відкриття. Він був видатним астрономом і великим математиком, обдарованим лікарем-дослідником і знаним хіміком. У математичних працях Авіценна узагальнив досягнення сучасників і попередників, розв'язав власні задачі. Його коментарі і доповнення до «Начал» Евкліда зіграли визначну роль у розвитку математики.

Основні положення медицини Авіценна виклав у праці, яка містить більше 1300 дворядкових віршів.

Кілька його праць присвячені питанням музики. Авіценна створив відомий у Середній Азії струнного смичкового інструменту – гіджак.

Вчений писав вірші, філософські повісті («Живий, син Сторожа», «Послання про птаха» та ін.), склав коментарі до «Поетики» Аристотеля.

Как от слепцов скрыт солнца ясный свет,
Так для глупцов дороги к правде нет.
Коль смолоду избрал к заветной правде путь,
С невеждами не спорь, советы их забудь.

***

Тайна – пленница, если ее бережешь ты,
Ты у тайны в плену, лишь ее разболтал.

Чем реже рука поднимает застольную чашу вина,
Тем крепче в бою и храбрее и в деле искусней она.

***

Вашу ложь не приемлю, я – не лицемер,
Поклоняюсь я истине – лучшей из вер.
Я один, но неверным меня не считайте,
Ибо истинной веры я первый пример.

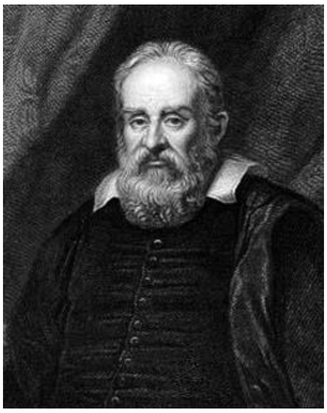
***

Суть в существе твоем отражена,
Не сможет долго тайной быть она,
Не потому ль, что суть любой натуры
В поступке, словно в зеркале, видна.

***

Море слов сокровенного смысла полно,
Этот смысл я читать научился давно.
Но когда размышляю о тайнах Вселенной,
Понимаю, что мне их прочесть не дано.

Галілео Галілей (1564 – 1642)



Італійський механік, астроном, поет, філолог і літературний критик, член Національної академії деї Лінчеї*. Галілей був переконаним послідовником геліоцентричної систем Коперника. Після публікації «Діалогу про дві найголовніші системи світу – птолемеєву і коперникову» (1632) його викликала інквізиція до суду і в 1633 р. змусила відмовитися від теорії Коперніка. Відома легенда, що ніби-то, вставши з колін, Галілео Галілей промовив: «А все-таки вона обертається!»

Галілей в математиці встановив формулу для визначення шляху падаючого тіла за відомою швидкістю, по суті, методом інтегрального числення. Він сформулював задачу про ланцюгову лінію, яку розв’язав Я. Бернуллі (1685). У праці «Про вихід очок у грі в кості» (1655) Галілей підрахував ймовірність випадання різного числа очок під час кидання трьох кубиків одночасно, заклавши основи для створення теорії ймовірності.

Галілей був і обдарованим музикантом, художником, літератором. Більшість наукових праць ученого, який досконало володів латиною, написані рідною італійською мовою, поклали початок італійській науковій прозі. Він вивчав античних класиків і поетів Відродження, виступав у Флорентійській академії з питань вивчення творчості Данте. Галілей мав великий вплив на італійську художню літературу. З його художніх творів відомий нарис однієї комедії і сатиричний «Вірш у терціях», бурлескна поема «Сатира на тих, що носять тогу» та ін.

*Академія деї Лінчеї (Рисьооких, бо вчений мусить мати такий же гострий зір, як і рись, щоб серед різних гіпотез відшукував істину) у Римі найстаріша в Італії (1603). Шостим найбільш авторитетним членом академії став Галілей (1611).

Блез Паскаль (1623—1662)

Французький математик, механік, фізик, філософ і письменник. Займався математикою під керівництвом свого батька Е. Паскаля. В 16 років Паскаль написав трактат про конічні перерізи, який містив лише 53 рядки, але викликав захоплення Декарта. В ньому подана одна з основних теорем проективної геометрії – велика теорема Паскаля. Пізніше з цієї теореми він отримав 400 наслідків. У 1642 р. вчений розпочав роботу над конструюванням лічильної машини, результатом якої став механічний калькулятор для виконання додавання і віднімання («Паскалеві колеса»). Паскаля вважають одним з творців математичного аналізу та теорії ймовірностей. Учений зробив видатні відкриття у фізиці (закон Паскаля). Під його керівництвом у 1648 році проведено дослід, який підтверджував існування атмосферного тиску.

Паскаль – один з найвидатніших мислителів і полемістів, який вступив вступив у жорстку боротьбу з реакційними силами Франції того часу. Його «Провінційні листи» (1657), в яких він переніс полеміку з богословської сфери в область моральних принципів, не лише видатний зразок релігійно-політичної публіцистики, але й висохудожній твір. У ньому створено комічні образи єзуїтів, які провіщали появу персонажів Ж-Б. Мольєра. Інша знаменита книга Паскаля «Думки» (1670) – збірник афоризмів релігійно-філософського змісту (точний текст відновлений лише у 1843 р.).

Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646 – 1716)

Ще в школі Лейбніц вражав своїх учителів – талановито писав вірші латинською і грецькою мовами. Г. Лейбніц займався фізикою і філософією, його вважають першим геологом Німеччини. Він – один з організаторів Берлінської АН, її перший президент (1700), заклав основи символічної логіки, відкрив шлях новим дисциплінам як порівняльне мовознавство, політична економія.

Г. Лейбніц зробив відкриття в алгебрі (початки теорії визначників), комбінаториці. Він (незалежно від І. Ньютона) довершив створення диференціального та інтегрального числення. Вчений 40 років працював над удосконаленням лічильної машини, відігравши важливу роль у створенні електронно-обчислювальних машин. Його обчислювальна машина (1670) виконувала вже додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до степеня, добування квадратних і кубічних коренів. Г. Лейбніц запропонував у обчислювальній математиці використовувати бінарну систему числення. Він писав про можливість машинного моделювання функцій людського мозку, ввів термін «модель».

У мовознавстві Лейбніц створив теорію історичного походження мов, був одним з творців німецького філософського та наукового лексикону.

Ода на честь Яна Амоса Коменского

Твой ненапрасный посев почва уже приняла;
Скоро потомство пожнет, на корню уж богатая жатва;
Созданья твои судьба взлелеет для нас,
Мало-помалу ясней становится счастливцам природа:
Если мы силы сплотим, – будет удача во всем.
Время придет, о Комений, когда и тебя, и деянья,
Думы, заветы твои – лучшие люди почтут.

Чарльз Л. Доджсон (1832 – 1898)

Основні праці англійського математика і логіка Ч. Доджсона присвячені теорії детермінантів, історії математики, алгебраїчній геометрії. «Нісенітниці», логічні задачі, загадки і головоломки, видані ним під псевдонімом Льюїс Керрол, стали провісниками появи математичної логіки і лінгвістичного аналізу, внесли значний вклад у розвиток теорії ймовірностей.

Його казки «Пригоди Аліси в країні чудес», «Аліса в Задзеркаллі» принесли автору світове визнання і цікаві не лише дітям, але й дорослим. Вплив творчості Керрола прослідковується в творах класиків світової літератури О. Генрі, Р. Кіплінга, Ф. Кафки, В. Набокова та ін.

Свої наукові праці Ч. Доджсон підписував власним іменем, і лише книги «Логічна гра», «Символічна логіка» видав під відомим псевдонім (щоб їх прочитали і зацікавлені математикою підлітки).

Вчений вважав, що з безпосередніми умовиводами шляхом звернення корисно знайомити дітей на життєвих прикладах задовго до початку серйозного вивчення математики. В книзі «Аліса в країні чудес» автор наводить розмову між героями казки:

«Капелюшник витріщив на неї очі, але сказав ось що:
- Чим крук схожий на капшук?
«Ну, тепер буде веселіше! - подумала Аліса. - Люблю загадки!»
- Думаю, я розлущу ваш горішок, - промовила вона вголос.
- Ти думаєш, що зумієш знайти відповідь: ти це хотіла сказати? - мовив Шалений Заєць.
- Саме це, - відповіла Аліса.
- Тоді думай, що кажеш, - мовив Заєць.
- Я завжди думаю! - поквапливо сказала Аліса.
- Принаймні... принаймні кажу, що думаю... Зрештою, це одне й те саме!
- Аніскілечки! - скрикнув Капелюшник.
- Ти ще скажи, ніби: «я бачу, що їм» і «я їм, що бачу» - одне й те саме.
- Ти ще скажи, - докинув Шалений Заєць, - ніби «я люблю те, що маю» і «я маю те, що люблю» - одне й те саме!
- Ти ще скажи, - підпрягся Сонько із заплющеними, мов у сновиди, очима, що «я дихаю, коли сплю» і «я сплю, коли дихаю» - одне й те саме!
- Щодо тебе, друзяко, то це й справді одне й те саме, - зауважив Капелюшник, і на тому розмова урвалася».

Згадаємо епізоди повісті –казки, в яких мова йде про властивості кола.

Про які властивості кола повідав нам Ч. Л. Доджсон, котрий постає в цьому епізоді в образі Птаха Додо?

«У величезну калюжу сліз, яку наплакала Аліса, потрапляли різні птахи та звірі. Вибравшись з калюжі, вони стали шукати спосіб, як швидше обсохнути. Птах Додо запропонував влаштувати біг по колу.
«Скажіть, а що воно таке - Гасай-Коло? - спитала Аліса ...
- О! - вигукнув Додо. - Я вам не скажу, зате покажу.
(Можливо, одного зимового дня воно тобі теж стане в пригоді, тому я розповім, що затіяв Додо.) Найперше він накреслив маршрут Гасай-Кола у формі неправильного кола («Правильність форми не має значення», - зазначив Додо), а тоді уздовж нього розставив учасників - кого де. Команди «Раз, два, три - руш!» не було - всі пускалися бігти самі й спинялися коли заманеться, тому визначити, коли Гасай-Колу кінець, було не так то й просто.

Десь через півгодини, коли всі вже були сухісінькі, Додо зненацька вигукнув:

- Гасай-Колу кінець!

Усі з'юрмилися довкола нього, тяжко відсапуючи і допитуючись:

- А хто ж переможець?

На таке запитання Додо не вмів відповісти, не покрутивши добряче мізками. Він довго сидів непорушно з притиснутим до чола пальцем (поза, в якій найчастіше можна бачити Шекспіра на портретах), а всі тим часом мовчки чекали.

Нарешті Додо оголосив:

- Переможці - *всі*, і *кожен* повинен дістати приз».

1) Чому Додо розставив усіх по колу кого де? Чи має сенс для точок кола, вказувати, яка з трьох довільно взятих точок знаходиться між двома іншими (за аналогією з точками прямої)?

2) Чому біг по колу не виявив переможених, а були лише переможці?

Про які властивості кола повідав нам Ч. Л. Доджсон, котрий постає в цьому епізоді в образі Птаха Додо?

Відповідь. Для точок кола немає сенсу вказувати, які з них лежать між іншими, бо вони рівноправні, як і точки будь-якої плоскої простої (без самоперетинів) замкнутої кривої. «Правильність форми несуттєва», як висловився Додо. А якщо врахувати, що учасники почали біг, коли захотіли, та ще з різних точок, то Додо дійсно було про що задуматися. Він прийняв мудре рішення, оголосивши переможцями всіх.

Цей уривок можна використати при вивченні теми «Пряма і обернена теореми».

«... У-у! Змія підколодна!

- Ніяка я не змія! - Сказала Аліса. - Я просто ... просто ... я маленька дівчинка.

- Ну звичайно, - відповіла Горлиця, з презирством дивлячись наАлісу. - Бачила я на своєму віку багато маленьких дівчаток, але з такою шиєю - жодної! .. Справжня змія - ось ти хто! Ти мені ще скажеш, що жодного разу не пробувала яєць.

- Ні, чому ж, пробувала, - відповіла Аліса. (Вона завжди говорила правду). - Дівчатка, знаєте, теж їдять яйця.

- Не може бути, - сказала Горлиця. - Але якщо це так, тоді вони теж змії!».

Софія Ковалевська (1850 – 1891)

Російський математик, перша жінка-професор (1884), член-кореспондент Петербурзької АНакадемії наук (1889). Здобула всебічну домашню освіту і рано проявила математичні здібності. Позаяк на той час для жінок не було можливості одержати вищу освіту в Росії, Ковалевська продовжила вивчати математику за кордоном.

Після чотирьох років приватних занять у професора Берлінського університету К. Вейєрштрасса (жінки не мали права вступу до цього університету) і важкої самостійної праці Ковалевська подала три наукових праці до Геттінгенського університету, який присудив їй заочно без екзаменів ступінь доктора з найвищою похвалою» (1874).

Найважливішою науковою працею вченої стало повне розв'язання задачі про обертання твердого тіла навколо нерухомої точки. За неї Ковалевській була присуджена премія Паризької АН (1888). Через рік за додаткові дослідження цієї ж проблеми ій присудили премію Шведської АН. Ця праця принесла їй всесвітнє визнання і славу.

С. Ковалевської була не тільки автором математичних відкриттів, вона писала вірші і повісті, романи і драми, театральні рецензіїі літературно-критичні нариси. В п'ятирічному віці вона написала свого першого вірша. Пізніше в своїх літературних творах Софія Ковалевська намагалась дати математичне обґрунтування вчинків людей. Вона – автор прозаїчних творів: роману «Сестри Раєвські»; драми «Боротьба за щастя» (написана в співавторстві з шведською письменницею А. Леффлер); п'єси: «Сила не в самотності – в єднанні»; роману «Нігилістка» (заборонений у Россії до 1917 р). У ньому вона зрозуміла і добре зобразила нове у психології російської жінки XIX століття, готової віддати життя за свою ідею.

Повість «Спогади дитинства» цікавий не тільки описом методів виховання дітей, але й цінний в історичному плані. У світлому поетичному початку, характерному для повісті Ковалевської, відчувається значний вплив одного з близьких і улюблених нею письменників – І. Тургенєва.

«Творчий шлях Ковалевської був обірваний її смертю саме в той момент, коли вона, після успіху «Спогадів дитинства», мріяла присвятити себе серйозній літературній праці. За свідченням друзів, у неї було багато планів, і вона з інтересом розповідала про них, ділилася змістом задуманих повістей. Але навіть те, що встигла внести С. Ковалевська в російську літературу, через десятиліття не втратило свого історичного і художнього значення». В. Путінцев.

Один із своїх сонетів Дж.Сильвестр присвятив С. Ковалевській, в якому назвав її «небесною музою».

У вірші С. Ковалевської «Если ты в жизни...» з незвичайною силою виражено прагнення до пізнання.

Если ты в жизни, хотя на мгновение
Истину в сердце своем ощутил,
Если луч света сквозь мрак и сомненье
Ярким сиянием твой путь озарил:
Что бы в решении своем неизменном
Рок ни назначил тебе впереди,

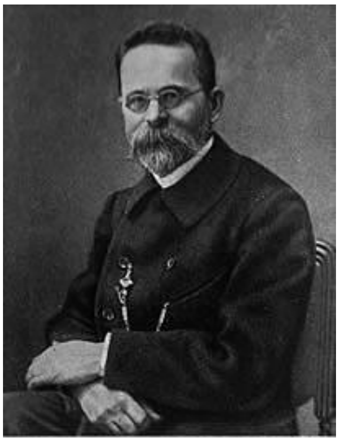
Память об этом мгновенье священном
Вечно храни, как святыню, в груди.
Небо покроется черною мглой,
С ясной решимостью, с верой спокойной
Бурю ты встреть и померься с грозой.

Вірш «Пришлось ли?», написаний у дитячі роки, займає особливе місце в творчості Ковалевської.

Пришлось ли раз вам безучастно,
Бесцельно средь толпы гулять
И вдруг какой-то песни страстной
Случайно звуки услыхать?
На вас нежданною волною
Пахнула память прежних лет,
И что-то милое, родное
В душе откликнулось в ответ.
Казалось вам, что эти звуки
Вы в детстве слышали не раз,
Так много счастья, неги, муки
В них вспоминалось для вас.
Спешили вы привычным слухом
Напев знакомый уловить,
Хотелось вам за каждым звуком,
За каждым словом уследить.
Внезапно песня замолчала
И голос замер без следа.
И без конца и без начала
Осталась песня навсегда.

Морозов Микола Олександрович (1854-1946)

Видатний популяризатор наукових знань з математики, фізики, хімії, астрономії, авіації, історії, філософії, мовознавства. Автор математичних праць «Функція», «Початки векторної алгебри», «Принцип відносності і абсолютне» та ін.



М. Морозов відомий як письменник і поет. Він – автор мемуарів «Повісті мого життя» (їх високо оцінив Л. Толстой), фантастичних оповідань («Подорож у космічному просторі»), поетичних збірок, написаних в тюрмах («Из стен неволи», «Звёздные песни»). В 1900-ті роки звернувся до наукової поезії.

Догорает свеча, догорает,
А другого светильника нет!

Пусть мой труд остановки не знает,
Пока длится мерцающий свет!
Пусть от дрёмы, усталости, скуки
Ни на миг не потускнет мой взгляд,
Пусть мой ум, мое сердце и руки
Сделать все, что возможно, спешат.
Чтоб во сне меня мысль утешала,
Чтоб последняя вспышка огня,
Чтоб последняя искра застала
За работой полезной меня!
Чтоб, уйдя поневоле к покою,
Мог сказать я в тот горестный час,
Что умножил хоть каплей одною .
Добрых дел моих скудный запас.
В вечной области науки – только в книгу я взгляну —
Вижу чисел батальоны, выходящих на войну.
Всюду числа выступают беспредельною толпой,
Чтобы с косностью и мраком завязать смертельный бой.
В странных формулах, как в фортах, заперлися их полки,
Там не страшны им ни пули, ни шрапнели, ни штыки.
Между ними, как знамена, гордо символы корней
Развеваются в защиту возвещаемых идей.
Знаки равенств – их окопы. Неприступны числа там,
Не разбить их укреплений мрачным истины врагам!
Но из формул этих странных, лишь настанет час нужды,
Вновь выходят тех же чисел непрерывные ряды.
Синус, косинус и тангенс – их привычные вожди,
На разведки логарифмы смело мчатся впереди,
И, над всеми поднимаясь, как суровый генерал,
Управляет их походом всемогущий интеграл.
И упорно бьются числа уже много, много лет
За сознанье человека и за правды вечный свет.
Они встали незаметно из глубокой тьмы веков
И посбили уж немало с человечества оков!
Числа, числа! Выходите ж бесконечной чередой,
Всею армией великой вы бросайтесь в правый бой.
Это — честная, святая, это — славная война,
Долго-долго в дольном мире не окончится она!
Но победа будет ваша. Смело ж далее в поход!

С каждым веком, с каждым годом вы ведете нас вперед...

Фелікс Хаусдорф (1868-1942)

Захоплювався математикою, астрономією, літературою та філософією. Професор Лейпцігського університету (1902), Ф. Хаусдорф збагатив багато галузей математики новими ідеями і підходами. Він став одним із фундаторів загальної топології й загальної теорії метричних просторів. Вони завдяки його теорії топологічних (хаусдорфових) просторів (1914), зайняли центральне місце в сучасній математиці. Вчений ввів і вперше дослідив поняття топологічної границі, частково впорядкованої множини та хаусдорфової розмірності (1919). Хаусдорф вніс значний внесок у розвиток теорії множин, функціонального аналізу, теорії топологічних груп, теорії чисел.

Письменник Ф. Хаусдорф (псевдонім Поль Монтре) видав дві книги віршів та афоризмів, філософську працю «Хаос і космічний вибір» (1898) та ін. Фарс «Лікар його величності» (1904) мав величезний успіх у читачів. Його п’єси з тріумфом йшли на сценах німецьких театрів.

У 1935 р. нацисти відсторонили Ф. Хаусдорфа від викладацької діяльності як не арійця, але він продовжував працювати та друкувати свої наукові праці за кордоном.

Норберт Вінер (1894-1964)

Американський математик, письменник, філософ. Н. Вінер – «батько кібернетики», удостоєний Національної премії в галузі науки, найвищої нагороди для науковців у США – Золотої Медалі Вченого (1964).

Н. Вінер, навчившись читати ще в чотири роки, захопився науковою літературою. У дев’ять років він вступив одразу до 9 класу школи. Перше дитяче ессе Н. Вінера з філософії «Теорія невігластва», написане в одинадцять років під керівництвом відомого філософа і логіка Б. Рассела. У чотирнадцять років Вінер одержав вищу математичну освіту, а у вісімнадцять – став доктором філософії.

У роки Другої світової війни, займаючись дослідженнями в галузі протиповітряної оборони (ППО), вчений зацікавився теорією зворотного зв'язку. Він першим у світі запропонував батареям зенітних установок відмовитися від практики ведення вогню по окремих цілях, а розробив нову дієву ймовірнісну модель управління силами ППО.

Вінер написав сотні статтей з теорії ймовірностей і статистики, про ряди та інтеграли Фур’є, теорії потенціалу та обчислювальної техніки.

У книзі «Кібернетика» (1948) Вінер сформулював основні положення кібернетики – нової науки про управління, зв'язок і обробку інформації в техніці, живих організмах і людському суспільстві, яка народилась як сплав математики, біології, соціології і економіки. Початкова назва праці «Angelos» (з грецької – той, що передає повідомлення) була схожа з англійським «angel» (посланець бога) і, на думку автора, могла спотворити зміст книги. Н. Вінер і К. Шеннон заклали основи сучасної теорії інформації, ввели термін для мінімальної одиниці кількості інформації – «біт» (англійське BInary digiT – двійкова цифра; bit – шматок).

Останні роки життя вчений займався математизацією нейрології, біології, медицини, генетики.

В автобіографічній книзі Н. Вінера «Я – математик» кілька сторінок приділено видатному математику сучасності А. Колмогорову: «Більше 20 років ми наступали один одному на п'яти» (с. 142); «всі ідеї з приводу теорії прогнозування, які мені здавалися справді глибокими, з'явилися в праці Колмогорова до того, як я опублікував свою статтю (1940 р.), хоча я й дізнався про це тільки через деякий час (с. 249)».

Н. Вінер – автор роману про долю одного винахідника «Спокусник» (1934, надруковано в 1959 р.). Він – один з небагатьох учених, які самі докладно написали про себе, опублікувавши автобіографічні книги «Колишній вундеркінд» (1951), «Я – математик» (1956).

Льовшин Володимир Артурович (1904-1984)

Синові російського мільйонера А. Манасевича Льовшину не виповнилося й 13 років, коли Жовтнева революція 1917 року змінила його життя. Нелегко в цей час було підлітку. Підліток був змушений працювати робітником в типографії, водночас навчався в школі скульптури і живопису, в студії Московського Камерного театру. У 1922 р. В. Льовшин вступив до Московського хіміко-технологічного інституту імені Д. Менделєєва, а пізніше став відвідувати лекції з фізики і математики в Московському університеті, викладав математику на підготовчих курсах.
Професор В.Льовшин понад сорок років читав лекції з опору матеріалів, вищої математики, керував кафедрою математики у провідних вузах Москви. Водночас математик писав і одноактні п'єси для артистів естради, смішні репризи для циркових клоунів, гострі вірші до карикатур і плакатів. У 1953 р. Льовшин написав для радіопередачі дитячу казку про Кота-

хвалька, яка дуже сподобалась слухачам. А потім було знайомство з письменником Львовським, який запропонував професору математики написати книжку для дітей про математику. В 1964 р. вийшла перша «казка та не казка про числа, їх загадки і дивацтва» Льовшина – «Три дні в Карликанії». Разом з дружиною, письменницею Е. Александровою ним написано «Чорна маска з Аль-Джебрі», «Подорож по Карликанії і Аль-Джебрі», «Фрегат капітана Одиниці», «Магістр розсіяних наук»,»Нулик-мореплавець», «Великий трикутник», «В лабіринті чисел» та ін.

І. Грекова (Олена Сергіївна Вентцель, 1907 – 2002)

Урок, щоб вразити учня, має бути перш за все натхненним. Емоційність тут важливіша за зрозумілість. Не страшно, якщо щось залишиться ніби в тумані: це створює відчуття неосяжності всього, що не сказано.

І. Грекова. Кафедра

У 1929 р. О. Вентцель закінчила Петербурзький університет. Її навчали видатні математики того часу. Серед них Г. Фіхтенгольц, автор відомого підручника «Курс диференціального і інтегрального числення», який не лише викладав студентам математичні факти, але й вчив їх узагальнювати. Він пропонував студентам викласти зміст будь-якої теми за 20 хвилин, потім, ускладнюючи завдання, – за 10 хвилин. У цій вправі Вентцель показувала найкращі результати. Її улюблений професор математики, учениця Д. Гільберта Н. Гернет не лише заряджала студентів своєю пристрастю до математики, але як могла оберігала їх у складні часи. Вона померла в 1943 р. в блокадному Ленінграді від голоду.

З 1935 р. наукові інтереси О. Вентцель зосередились на застосуванні ймовірнісних методів з метою підвищення точності повітряної стрільби і бомбометання. Пізніше її наукова праця пов’язана з об’єктивною оцінкою ефективності різних видів озброєння, боєприпасів і способів організації вогневих засобів під час стрільби по літаючих об’єктах. Вона займалася і більш загальними питаннями тактики повітряного бою і способами організації засобів протиповітряної оборони.

О. Вентцель – автор кількох монографій і більше 120 наукових статей, з яких більше шістдесяти робіт закритої військової тематики. Її підручники з теорії ймовірностей і випадкових процесів, теорії ігор, динамічного програмування перекладені багатьма мовами світу, видані мільйонними тиражами, бо їх популярність «пов’язана з тим, що вони написані, так би мовити, «пером романіста».

Професор, доктор технічних наук, академік Міжнародної академії інформатизації О. С. Вентцель (літературний псевдонім І. Грекова) була поетом у математиці і математиком у літературі. Кожне слово в її оповіданнях, повістях і романах було вивірене з математичною точністю.

О. Вентцель стала членом Спілки письменників Росії в 55 років, одразу після виходу з друку її першої повісті «За прохідною» (1962), але її літературні твори були видані мільйонними тиражами. За мотивами книг прозаїка написані п'єси, зняті кінофільми.

На схилі літ О. Вентцель написала: «Тепер я вдячна Богу, що він довго беріг мене від літератури… Там, як і в будь-якій гуманітарній тогочасній науці, треба було обманювати... А нам, математикам, «жити не по брехні» вдавалось просто. Пробратися через частокіл формул було настільки важко, що ніхто (крім найбездарніших) не профанував науку».

***

Записи з щоденника головного героя повісті І. Грекової «Кафедра» професора математики М. Завалишина.

«Бувають слова містичні, не слова, а зв'язки асоціацій. Наприклад, «кібернетика». Свого часу слово «кібернетика» було лайливим. «Наскрізь порочна, буржуазна лженаука». Пам'ятаю, як мене свого часу проробляли за одну з моїх статтей, в якій намагався описати з допомогою диференціальних рівнянь колективну працю людини і машини.

З того часу змінилось багато, і слово «кібернетика» змінило забарвлення на діаметрально протилежне. Кібернетикою клянуться й божаться, відмінюють її в усіх відмінках (між іншим, найбільше ті, хто свого часу її викорінювали), і вже це слово набило оскомину і соромно його вимовляти.

На моїй кафедрі займаються застосуванням математики до різних задач управління, але намагаються саме слово «кібернетика» не використовувати.

…Тим не менше існування нашої кафедри осмислене. Під модним прапором тріскучого слова стало можливим … переконати керівництво, що студентам необхідна висока математична культура, ввести в навчальний план деякі нові дисципліни, підтримуючи їх викладання на рівні переднього краю науки. Для здібних студентів, які хочуть вчитися це корисно, для інших – байдуже.

От і сьогодні вночі я слухав годинник (він особливо голосно, навіть агресивно клацав, у його клацанні був ритм, майже слова. Слухав-слухав і склав вірші, які запишу тут не тому, що вважаю їх гарними (вони старомодні навіть для самого мене), а просто так, щоб не забути. Ритм, звичайно, навіяний годинником.

ЧАСЫ

Время течет,
Время молчит.
Мысли учет
В душу стучит.
Памяти звук
В сердце возник:
Детства испуг,
Юности крик,
Лучший из снов –
Девы цветок,
Суженой вздох,
Матери зов...
Благослови
Тысячу крат
Силу любви,
Ярость утрат.
Кончился сон.
Время течет.
Весок закон,
Точен учет.
Каждый товар
В лавке учтен,
Каждый удар
Сердца – сочтен.
Сердце стучит:
Близко расчет.
Время течет,
Время молчит.»

Бевз Григорій Петрович (1926)

Автор понад 200 наукових праць, з яких 50 – шкільні підручники та навчальні посібники для студентів-математиків. Чверть століття за його підручником «Методика викладання математики» навчались майбутні вчителі математики. Нині за підручниками Г. Бевза навчаються учні 5-11 класів загальноосвітніх шкіл України.

Г. Бевз – автор історичних нарисів та кількох поетичних збірок.

Багата українська мова, –

Виразна, зручна і барвиста,
для пісні гожа і розмови,
для науковця і юриста.
Науки всі – від Піфагора
До Корольова і Глушкова –
Доступно, чітко і прозоро
Доносить українська мова.
В ній кожне слово змісту повне,
Звучить привітно, ніжно, щедро,
Відбірне – мов чільце коштовне,
Добротне – мов живуче зерно.
В ній різнобарв'я килимове,
тони, і тембри , і відтінки.
Чудова українська мова,
Не зневажаймо рідну тільки.

Декарт

Він числа і фігури об'єднав,
А лінії й рівняння ототожнив,
І людству метод свій великий дав,
Такий, що знає його кожний учень.
Він з геометрією алгебру здружив,
Тим кожної можливості подвоїв
І тим найвищу шану заслужив
Спільноти мислячої світової.

Михайло Остроградський

Талантами багата Україна.
Хай навіть, відбиваючись від орд,
Долаючи неволю і руїни,
Все ж геніїв народжує народ.
Один із них – Михайло Остроградський –
Великий тілом, духом і умом,
Найперший вчений у Краю Козацькім,
Властитель теорем і аксіом.
Нью-йоркський академік і туринський.
Паризький, римський – між усіх широт
Відомий математик український,
Славетний український патріот.
Ген-ген аж від батьківської хати
Полтавець за морями побував
Чужому научався плідно і багато,

А мови й земляків не забував.
Як брата, обіймав він Кобзаря Тараса,
З ним – українства молодий порив;
Науку вивів на найвищу трасу,
Потрібне, вічне і святе творив.
Чудовий дав інтегрування метод –
На всі часи, для всіх земель і рас;
Явився, наче сяюча комета,
Що за віки являється лиш раз.
Його творіння в світі добре знані,
Десятки теорем і формул, і думки…
Давно немає генія між нами,
Та в пам'яті він житиме віки!

Доля математика

Михайла Кравчука нема.
Людину мудру і святу
Жорстокість дика і німа
Звалила в вічну мерзлоту.
Таких – один на сотні літ
І на мільйони душ – один.
Його ж на Колиму, за дріт.
До голих нар і баланди.
Його теорій і відкрить
Чекали континенти всі;
Його ж породу мерзлу рить
Закинули на край Русі.
Радіють деспоти – кати,
Верховному мережать звіт
Про те, що досягли мети:
На генія поменшав світ.
Радійте! Все ж настане суд,
Недовго вже його чекать,
Узнає світ і вашу суть,
І справжню велич Кравчука!

КОРОТКИЙ ТЛУМАЧНИЙ СЛОВНИК МАТЕМАТИЧНИХ ТЕРМІНІВ

Для формування світогляду учнів, загальної математичної культури вчителям математики необхідно озброїти їх знаннями, уміннями та навичками. Допомогу в цьому можуть надати розповіді вчителя або учнів з історії виникнення математичних понять, термінів, символів. При цьому учні активніше зможуть брати участь у вивченні нового об'єкта.

Г. Лейбніц вважав: «Хто хоче вивчити сьогодення, не знаючи минулого, той ніколи його не зрозуміє». Часто школярі дивуються, дізнавшись, що Евклід не користувався формулами; а в середні віки формула коренів квадратного рівняння була дуже складною і виражалась віршами; що до Ейлера тригонометричні функції вважались відрізками, а поняття «діагональ» і «діаметр» строго розмежували лише у XVIII ст. Простеживши розвиток математичних понять і відкриттів, учні можуть переконатись, що математичні поняття виникають та змінюються під впливом практичних потреб і внутрішніх запитів науки.

Аксіома (грецьке *axioma* – гідність, повага, авторитет). Уперше термін зустрічається в старогрецького філософа Аристотеля (IV ст. до н.е.), а згодом його стали використовувати в математиці. Спочатку термін означав «самоочевидна істина, яку можна приймати без доведення». У сучасній математиці аксіома – це одне із вихідних тверджень, яке прийнято без доведення і покладене в основу математичної теорії.

Алгебра (арабське *алджебр* – відновлення, поновлення). Термін введений у праці ал-Хорезмі «Кітаб ал-джебр і ал-мукабала» («Книга про відновлення і протиставлення», 825), в якій алгебра розглядається як самостійна галузь математики. Ця праця присвячена розв’язанню рівнянь першого і другого степеня. На початку XIII ст. в Європі книгу переклали на латинську мову, а слово «алджебр» стало назвою всієї науки – алгебри, яка довгий час була наукою про рівняння. Зародження алгебри слід віднести до часів, коли в математику почали вводити невідомі величини і спеціальні символи для їх позначення, формулювати загальні правила розв’язування задач певного типу за допомогою рівнянь. Певні алгебраїчні факти були відомі ще в Стародавніх Вавилоні і Єгипті, Індії і Китаї.

Алгоритм (латинське *algorithmus*). Термін виник у XII ст. Більшість учених вважає, що «алгоритм» – перекручене прізвище ал-Хорезмі. Дехто пов’язує його з арабським al-horethm (корінь) або з грецьким *ariphmos* – число. Завдяки працям Г. Лейбніца (1684) з диференціального числення словом «алгоритм» почали називати точні вказівки виконання в певному порядку операцій для розв’язування задач певного типу. Сучасне поняття алгоритма встановилось у середині тридцятих років XX ст. Прикладом відомих алгоритмів можуть бути алгоритми: множення «в стовпчик», добування квадратного кореня, обчислення похідної функції.

Апофема. Термін складається з грецьких слів *apo* – «від», *phema* – «покладене, поставлене», тобто, «щось, відкладене набік».

Аргумент (латинське *argumentum* – доведення, зміст, ознака, знак). У математиці термін має різні значення: незалежна змінна величина (Лейбніц ввів термін «змінна величина» у 1692 р.) або вираз, що стоїть під знаком функції. Вперше в науковій літературі вираз «аргумент функції» з'явився у 1862 р., а у двадцятих роках XX ст. став загальновживаним.

Арк… (латинське *arcus* – дуга, дугоподібна лінія, лук). Назви обернених тригонометричних функцій утворюються додаванням *арк…*до назв відповідних тригонометричних функцій. Знак функції, оберненої синусу кута *arcsin* ввів Ж. Лагранж (1772).

Асимптота (грецьке *asimptotus* – «такий, що не збігається»). Появу терміну приписують старогрецькому математику Аполлонію Пергському (III ст. до н.е.). Вчення про асимптоти алгебраїчних кривих розвинув Ейлер (1748). Сучасний прийом відшукання асимптот показав О. Коші (1826).

Біквадратний (латинські bi(s) – двічі, guadratus – чотирикутний) – буквально двічі квадратний (двічі другого степеня).

Бісектриса (французьке *bissectrice* від латинських *bis* – двічі, *secare* – сікти, розтинати) – та, що розтинає надвоє.

Вектор (латинське *vector* – той, що несе, або той, що везе). Поняття вектора ввів ірландський математик У. Гамільтон (1846). Найстаріше з позначень вектора $\bar{a}$– рисочка над літерою. Так Арган (1806) позначив напрямлений відрізок.

Вертикальний (від латинського *verticalis,* утворене від *vertex* – вершина). Ще у середині XIX ст. вертикальні кути називали «вершинними» (наприклад, у працях Лобачевского).

Геометрія (грецькі $\gamma\varepsilon\alpha$ – земля, $\mu\varepsilon\tau\rho\varepsilon\alpha\nu$ – міряю, вимірювати – землемірство) була відкрита єгиптянами понад 4 тис. років тому і виникла в зв'язку з розливами ріки Ніл, які постійно змивали межі, що призводило до необхідності вимірювання земельних ділянок. Походження терміна «геометрія» з'ясував Евдем Родоський (320 р. до н.е.). У стародавніх греків геометрія стала математичною наукою, а для науки про вимірювання землі було введено термін «геодезія».

Гіпербола (грецьке *hiperbole* – перевищення, надлишок). Термін ввів Аполлоній.

Гіпотенуза (грецьке *hipoteinousa* – той, що натягує, стягує) – сторона прямокутного трикутника, що лежить проти прямого кута. У Евкліда вона так і називається: «сторона, що прямий кут стягує».

Гомотетія (грецькі *homos* – однаковий, *thetos* – розміщений у певному порядку – однакове розміщення фігур). Папп (IVст.) свідчить: «Аполлоній вперше визначив геометричні перетворення – гомотетію та інверсію (від латинського *inversio* – перевертання, обертання),– які переводять плоскі місця в плоскі місця».

Градус (латинське *gradus* – крок, ступінь). Позначення, схожі до сучасних (μ^o), використовував старогрецький математик Птоломей (застосовував шістдесяткову систему числення). Він називав градуси «частинами» і позначав мінути (латинське *minuta* – зменшена частка) штрихом, а секунди двома штрихами. Термін «градус» використовують в Росії з XVII ст.

Границя (латинськt *limes, limite* – межа, границя, ліміт). Перші спроби дати означення границі зроблені Д. Валлісом (1655), хоч поняттям границі користувалися значно раніше. Теорія границь була покладена Коші в основу математичного аналізу (1821-1823).

Уперше використав для позначення границі слово *limes* І. Ньютон. Сучасне позначення границі lim вперше ввів швейцарський математик С. Люільє (1786). У XIX ст. угорські математики батько і син Ф. і Я. Бойяї першими почали вказувати границю, до якої прямує аргумент. Позначення $\lim\limits_{x=a} f(x)$ у 1841 р. ввів Вейєрштрасс. Знак $\to$ (прямує) для границі ввів англійський математик Ліис (1905).

Графік (грецьке *graphikos* – нарисний, той, що відноситься до письма і до живопису) – креслення, що застосовується для наглядного зображення залежності будь-якої величини від іншої, тобто лінія, яка дає наочне уявлення про характер зміни функції.

Діагональ (грецьке *diagonos* – та, що проходить через вершини кутів). Термін зустрічається в Евкліда. Його старогрецькі геометри застосовували для чотирикутників, вписаних в коло, а потім поширили на довільні многокутники термін – «діаметр» (грецьке *diametros* – «поперечник»). Звідси позначення діаметра D, d. Поняття «діагональ» і «діаметр» строго розмежували у XVIII ст.

Діаграма (грецьке $\delta\iota\alpha\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha$ – обрис, рисунок, фігура) – рисунок, який наочно показує співвідношення між різними величинами або значеннями однієї й тієї самої величини.

Дискримінант (від латинського *dispcriminare* – розбирати, розрізняти). Термін ввів англійський математик Дж. Сильвестр.

Дисперсія (латинське *dispersion* – розкидання, розсіювання). Ввів Поняття дисперсії, нормальної дисперсії німецький економіст і статистик В. Лексіс (1877).

Дистрибутивний (латинське *distributio* – розчленування, розподіл, розподільний). Термін ввів французький математик Ф. Сервуа (1815).

Диференціал (латинське *differentia* – різниця). У працях Г. Лейбніца, Я. і Й. Бернуллі термін *differentia* вживався в розумінні «приріст». «Нескінченно малу різницю» Лейбніц позначив d – перша літера слова *differential*, (1675, друк у 1684).

Екстремум (латинське *extremum* **–** крайнє, останнє). Деякі задачі на знаходження екстремумів – максимуму (латинське *maximum* – найбільше) та мінімуму (латинське *minimum* – найменше) розв'язували ще давньогрецькі математики

Інтервал (латинське *intervalum* – проміжок, відстань). Сучасні позначення (a,b), $\langle a,b\rangle$ вперше з'явились у Німеччині (1909). У 1921р. було введено позначення інтервала $[a,b]$.

Катет (грецьке *kathetos* – прямовисний, опущений перпендикулярно). Давні греки зображали прямокутний трикутник так, щоб одна із сторін, які утворюють прямий кут, була горизонтальною. Її називали основою. Друга сторона була прямовисною (висотою) і тому її називали катетом. Обидві сторони прямокутного трикутника, що утворюють прямий кут, почали називати катетами у XVII ст.

Квадрат (латинське *quadratum* -зробити чотирикутним, переклад з грецької *тетрагон* – чотирикутник).

Коефіцієнт (латинські *co* – з, разом, *efficiens* – той, що виробляє, складає, є причиною чого-небудь). Термін ввів Вієт (1591). Числові коефіцієнти застосовував ще Діофант (ІІІ ст.), записуючи їх після знака невідомої. Поняття коефіцієнта вживали і староіндійські вчені. У сучасному розумінні його першим застосував У. Оутред (1631).

Колінеарність (від латинських *co* – з, разом, *linearis* – лінійний, дослівно співлінійність). Гамільтон (1843) вектори, які мають спільний початок і кінці яких лежать на одній прямій назвав *termino-collinear*. Д. Гіббс цю назву спростив і термін «колінеарність» (1880, опубліковано в 1901) увійшов у векторну алгебру.

Комбінаторика. Основи комбінаторики закладено у книзі П. Гульдіна «Арифметична задача про комбінації» (1622). Термін *combination* – «поєднання» у сучасному сенсі вперше вжив Б. Паскаль (1653). Елементи цієї теорії були відомі ще стародавнім китайцям, індійцям та античним грекам. До XVII ст. були накопичені значні результати Тартальї, Ерігона, Паскаля, Ферма. Проте наукове обгрунтування теорії дав двадцятирічний Лейбніц у праці «Роздуми про комбінаторне мистецтво» (1866), звідки й отримала назву ця галузь математики.

Окремі задачі комбінаторики розвязував ще Аристотель (IV ст. до н.е.). Індійські математики II ст. до н.е. знали число комбінацій з *n* елементів по *m* і формулу 1+ $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \ldots + C_n^n = 2^n$. Бхаскара (XII ст.) розглядав перестановки з повтореннями.

Компланарний (від латинських *com* – разом, *planum* –площина) – той, що має з чимось спільну площину.

Комутативний (латинське *commutare* – міняти, змінювати, тобто переставний). Термін увів Ф.Сервуа (1815).

Конус (від грецького *konos* – гострокінцеве тіло, кегля, верхівка шолома, втулка). Термін мав сучасний зміст ще в «Началах» Евкліда (в XI книзі розглядався лише прямий конус) та Архімеда. Теорему про об’єм конуса довів старогрецький математик Евдокс Кнідський. Бічну поверхню конуса знайшов Архімед. У трактаті індійського вченого Шрідхара (X ст.) наводиться правильна формула для обчислення об’єму зрізаного конуса.

Координати (латинські *co* – з, разом, *ordinatus* – упорядкований, визначений). Термін ввів Лейбніц, щоб підкреслити рівноправність абсцис і ординат точок. Він увів і термін «осі координат» (1692). Терміни абсциса, ордината, апліката вперше ввів Аполлоній.

Абсциса (латинське *abscissus* – відрізаний, відокремлений – відрізок). Термін у розумінні відрізка використовував Б. Кавальєрі (1635). У сучасному значенні термін вперше вжив Г. Лейбніц (1694). Вираз «вісь абсцис» ввів англійський математик І. Барроу (1670). Від’ємні абсциси вперше ввів Дж. Валліс.

Ордината (латинське *ordinatae* – упорядкований, визначений). Як назву певного відрізка конічного перерізу термін застосовував Декарт. Як назву однієї з координат точки, ввів Лейбніц (1694).

Апліката (латинське *applicatae* – прикладений, приєднаний). Систематичне використання просторових координат в аналітичній геометрії почалось з книги А. Клеро «Дослідження про криві подвійної кривизни» (1731).

Корінь (латинське *radix* – сторона, корінь). Поняття квадратного кореня було відоме ще в Стародавніх Єгипті і Вавилоні майже за дві тисячі років до нашої ери. Старогрецькі математики замість «добути корінь» говорили: «знайти сторону за даною площею квадрата», тому корінь квадратний називали «стороною». Від латинського *radix* походять терміни «радикал», «корінь», які ввійшли в математику завдяки перекладам «Начал» Евкліда з арабської на латинь (Р. Честерський, 1145).

Косеканс (скорочення від латинського *complementi secans: complementus* – доповнення, *secans* – той, що січе) – секанс доповнення. Термін ввів австрійський математик Г. Ретік (1551).

Косинус (скорочення латинського виразу *complementi sinus* (*co*s) – синус додаткової дуги, або синус доповнення). Термін увів у 1620 р. англійський математик Е. Гунтер. Скорочення *cos* ввів Оутред (1657). Графік функції $y = \cos x$ – косинусоїду для першого квадранта вперше накреслив І. Барроу (1874). Французький математик Ж. Біо (1764-1862) вперше запропонував розглядати синус і косинус як координати точок круга з радіусом одиниця.

Твердження, еквівалентні теоремі косинусів для випадків гострого і тупого кута, сформульовані в II книзі «Начал» Евкліда. В Європі теорему косинусів уперше явно сформулював Ф. Вієт (1579). Сучасного вигляду теоремі надав французький математик Л. Карно (1801).

Котангенс (латинське *complementi tangens* – тангенс доповнення). Термін введений англійським ученим Е. Гунтером (1620). Котангенси, які з'явилися раніше тангенсів, винайшов арабський математик ал-Батані (IX ст.). В Європі їх відкрив у XIV ст. англійський математик Ф. Бравардін, не підозрюючи, що таблиці тангенсів було складено ще у IX ст. Він назвав котангенс *umbra recta* – пряма тінь.

Куб (грецьке *kibos* – гральна кістка). Назву ввели піфагорійці. Евклід не використовував термін «об'єм», термін «куб» означав і об'єм куба. В працях Герона даються правила для обчислень об'єму куба, призми, паралелепіпеда. З обчисленням об'єму куба пов'язана задача про подвоєння куба (V ст. до н.е.).

Кут. Поняття кута перейшло в грецьку математику від вавилонян, які використовували кути в астрономії. Означення кута дав Евклід. До XVII ст. в Європі розглядали лише кути, менші за два прямих. Сучасне поняття кута (в радіанах), який набуває додатні і від'ємні значення, ввів Л. Ейлер.

Прямий кут – одне з найстаріших понять у геометрії. Знак величини прямого кута *d* – початкова буква латинського *«directus»* – прямий. Знак $\langle$ для позначення кута ввів Еригон (1634), який у праці Оутреда (1657) перетворився в сучасний $\angle$. Позначення $\widehat{a,b}$ для кута, утвореного прямими *a, b,* вперше застосували французький математик Ж. Біне (1813) і німецький математик А. Мебіус (1827).

Лінія (латинське *linum* – льон, лляна нитка, шнур, мотузка). Спочатку під лініями розуміли тільки прямі (звідси походить назва приладу для креслення прямих – «лінійка»). Пізніше словом «лінія» почали називати і криві, взагалі те, що має тільки довжину (Евклід).

Масштаб (німецьке *maßstab* – мірна палиця: *maß* – міра, *stab* –палиця) – відношення двох лінійних розмірів. У деяких областях практичного застосування масштабом називають відношення розміру зображення до розміру зображуваного об'єкта.

Математика (від грецького $\mu\alpha\vartheta\eta\mu\alpha$ – наука,знання). У свою чергу це слово походить від дієслова $\mu\alpha\theta\alpha\nu\omega$, що спочатку мало значення «вчусь через розмірковування» на противагу – «учіння шляхом досвіду». Старогрецький математик і астроном Гемін Родоський (І ст. до н.е.) написав працю з класифікації математичних дисциплін, до яких він відносив арифметику, геометрію, оптику, астрономію, геодезію, механіку, музичну гармонію і практичні обчислення.

Медіана (латинське *mediana*, від слова medius – середній). Першу літеру m цього латинського слова і взято для позначення медіани.

Метод (від грецького *methodos* – шлях слідом за чимось). Платон і Аристотель вживали це слово як назву сукупності математичних процедур, операцій, необхідних для одержання результату.

Мільйон. Термін італійського походження і зустрічається вже в першій італійській друкованій арифметиці (1478), ще раніше в нематематичній книзі мандрівника Марко Поло (помер у 1324 р.), а у формі «мілліо» – вже в рукописі 1250 р. У рукописі французького математика Н. Шюке (XV ст.), надрукованому у 1880 р., вперше з'являються терміни «більйон» – 10^{12}, «трильйон» – 10^{18}.

Модуль (латинське *moduls* – міра). Термін ввів англійський математик Р. Котс. Для вектора і комплексного числа $A+Bi$ термін ввів швейцарський математик Ж. Арган (1814).

Монотонність (від грецьких *monos* – один, *tonos* – натягування, напруження, дослівно однотонний, одноманітний). Термін ввів німецький математик К. Непман, який застосовував його спочатку до монотонних послідовностей чисел (1881).

Нескінченість. Старогрецький вчений Архіт Тарентський означав нескінченно велику і нескінченну малу величини майже так як нині. Слово «нескінчений» у математиці застосував німецький художник А. Дюрер (1525), а слово «скінчений» – професор Райєр (1699). Знак нескінченності ∞, введений Валлісом (1655), став загальноприйнятим у XVIII ст. Римляни позначали цим знаком число 1000.

Номер. Термін походить від французького *nombre* – число, яке в свою чергу походить від латинського *nomer.*

Однорідність (латинське *homogeneus* – однорідний). Термін вже зустрічається в працях Ф. Вієта (1646). Вчений у алгебраїчних рівняннях додавав лише «однорідні» величини: довжини, площі, об'єми.

Парабола (грецьке *παραβολη* – прикладаю, порівнюю). Термін ввів Аполлоній. Він одержав (у словесній формі) рівняння параболи.

Параметр (грецьке *parametreo* – вимірюю що-небудь, порівнюючи з чим-небудь іншим). Термін ввів французький геометр К. Мідорж (1631).

Периметр (грецьке *περιμετρος* : *περι* – навколо, *μετρειν* – вимірювати, дослівно обвід, довжина замкненої кривої). Термін зустрічається в Архімеда, Герона, Паппа. В російських підручниках геометрії кінця XIX ст. однаково часто використовували терміни «периметр» та «обвід».

Період (грецьке *περιοδος* : *περι* – навколо, *οδος* – дорога) – шлях навколо, круговий обхід. Термін «періодичний» використовують до певного класу функцій.

Перпендикуляр (латинське *perpendiculum* – прямовисний). Термін виник у Середньовіччі. Французький математик П. Ерігон (1634) ввів сучасний знак для позначення перпендикулярності $\perp$.

Піраміда (від грецьких *пір* – вогонь, бо полум'я має вигляд гостроверхої піраміди; *пірос* – пшениця). Греки запозичили це слово в єгиптян. У папірусі Ахмеса зустрічається слово «пірамус» – діагональ основи піраміди. Першим встановив чому дорівнює об'єм піраміди Демокріт (V ст. до н. е.). Евдоксу (IV ст. до н. е.) належить доведення «методом вичерпування», за допомогою якого Архімед строго довів теорему про об'єм піраміди. Евклід знання про піраміду систематизував у «Началах», а також дав вперше означення піраміди. В одній з задач «Московського папіруса» подано точну формулу для обчислення об'єму правильної чотирикутної зрізаної піраміди. Формула, яку використовують для обчислення об'єму зрізаної піраміди і нині, вперше зустрічається в книзі «Практика геометрії» (1220) Леонардо Пізанського (Фібоначчі).

Планіметрія (латинське *planum* – плоска поверхня і грецьке *metreo* – вимірюю, міряю, дослівно – вимірюю плоску поверхню). Термін утворився в часи Середньовіччя на зразок давньогрецького терміну «стереометрія».

Подібність. Вавилонські математики використовували теорему, яку приписують Фалесу: паралельні лінії, які перетинають будь-які прямі, поділяють їх на пропорційні відрізки. Вчення про подібні фігури виникло в Греції (V – IV ст. до н.е.). У VI книзі «Начал» Евкліда виклад подібності базується на вченні про пропорційність відрізків. Знак подібності « ~ » ввів Г. Лейбніц (1679).

Показник (німецьке *exponent* – показник, позивач). Термін для показника степеня ввів М. Штіфель (1553). У сучасному вигляді (тільки цілий додатний) показник степеня ввів Р. Декарт (1637). Першим систематично застосовувати від'ємні та дробові показники почав І. Ньютон (1676). Змінна величина в показнику степеня з'явилася вперше в листах Лейбніца до Гюйгенса (1679). Вираз «піднести до степеня» вперше використав німецький математик Х. Вольф (1716).

Потенціювання (німецьке *potenzieren* – підносити до степеня). В його основі лежить латинське *potentia* – здатність, сила – знаходження числа або виразу за даним його логарифмом.

Призма (грецьке *prizma*, від *prio* – пиляю, відпиляний кусок, тіло). У Вавилоні та Стародавньому Єгипті ще 4 тисячі років тому визначали об'єм призми як добуток площі основи на висоту. Евклід (XI кн. «Начал») дав означення призми, довів теореми про порівняння об'ємів паралелепіпедів. Формула об'єму призми наведена в трактаті Шрідхара (Індія, X ст.).

У «Практичній геометрії» (1220) Леонардо Пізанський (Фібоначчі) доведено теорему, якої немає в «Началах» Евкліда: квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів.

Прогресія (латинське *progredior* – йду вперед, *progression* – рух вперед, успіх, поступове зусилля). Знак для геометричної прогресії ввів Оутред (1631). Назва «геометрична» пояснюється тим, що будь-який її член є середнім геометричним між двома сусідніми. Знак ÷ для позначення арифметичної прогресії став загальноприйнятим у XVIII ст.

Проекція (латинське *projectio* – кидання вперед). У середні віки використовували термін «проекція астролябії». Сучасну назву ввів д'Егійон (Франція, 1613).

Радіан (від латинського *radius* – спиця в колесі, промінь, буквально радіальний). З 1869 р. Дж. Томсон використовував назви rad, radial, radian (у друкованій праці термін з'явився у 1873 р.).

Радіус (латинське *radius*). Стародавні вавилоняни і індійці вважали радіус найважливішим елементом кола, проте не користувалися цим терміном. Евклід називав радіус «прямою з центру», пізніше застосовували термін «півдіаметр». Термін «радіус» ввів французький вчений П. Рамус (1569), а загальноприйнятим став в XVIII ст.

Ромб (грецьке $\rho o\mu\beta$ – веретено, дзиґа; $\rho o\mu\beta o\varsigma$ – бубон, бо схожий на чотирикутний бубон). В означеннях I книги «Начал» Евкліда зустрічається лише означення ромба.

Сегмент. Старогрецький астроном Птоломей ділив коло круга на 360 частин, і назвав їх «відрізки». Латинською «відрізок» було перекладено як *segmentes*.

Сектор (від латинського *sector* – той, що відсікає, відокремлює, буквально вирізка). Термін застосовував ще Евклід.

Секанс (від латинського *secans* – той, що січе, розтинає). Арабський учений Абу-л-Вафа (Х ст.) відкрив тангенси, секанси і косеканси. Його результати були невідомі в Європі і заново відкриті пізніше. Термін ввів датський математик Т. Фінке (1583). Графік секанса належить англійському математику Р. Котсу (1722).

Синус. Термін зустрічається ще в працях індійських астрономів та математиків V ст. Араби, перекладаючи математичні твори індійських вчених, замінили санскритське слово «джіва» (половина тятиви лука) на «джіба» (хорда), а у IX ст. – арабським словом «джайб» – пазуха, западина, опуклість. Англійський вчений Р. Честерський, перекладаючи з арабської мови на латинь, використав слово *«sinus»* – дослівний переклад слова «джайб». Є й інші гіпотези походження цієї назви. Французький математик Ж. Біо уперше висунув ідею розглядати синус і косинус як координати точки одиничного кола і на цій підставі визначати їх знак. Позначення *sin* вперше ввів у першій половині XVII ст. А. Жирар. Французький математик О. Фабрі (1659) ввів термін «лінія синусів» (вертикальний діаметр одиничного круга). Перший графік тригонометричної фунції – синусоїду – надрукував французький математик Ж. Роберваль (1738). Теорему синусів у Х ст. довів таджицький астроном і математик ал-Ходжанді. В Європі її знову відкрив Лев Герсонід (1342). Ж. Лагранж вивів теорему синусів з теореми косинусів (1799).

Скаляр, скалярна величина. Вієт розглядав у своїй алгебрі не тільки довжини, площі, об’єми, але і величини, які не мали геометричного змісту: квадрато-квадрат, квадрато-куб тощо. Ці степені утворюють шкалу – «драбину», а величини він назвав скалярами – «сходинками». Сучасний термін «скалярна величина» (від латинського *scale* – шкала, драбина) ввів Гамільтон (1843).

Статистика (латинське status – стан). «Статистика» як науковий термін виник в Англії у 1770 р. у розумінні «політичний стан». Однак англійський драматург В. Шекспір використовував це слово ще в 1602 р. у «Гамлеті». З часом зміст терміну змінювався. У XVIII ст. вираз «статистичні дані» означав довідки про населення, виробництво, політичну ситуацію і тому науку називали «політична арифметика». Фундатором новітньої статистики вважають бельгійського астронома Кетлє, який заклав її основи в книгах «Про людину і ровиток її здібностей» (1835) і «Про соціальну систему і закони, які керують нею» (1848). Видатний вклад у розвиток статистики вніс англійський вчений К. Пірсон. Він розробив теорію кореляцій, теорію вибірок, склав розширені статистичні таблиці. Англійський математик і статистик Р. Фішер створив метод дисперсійного аналізу, якій відіграє важливу роль в прикладному застосування статистики в інших науках.

Стереометрія (від грецьких *stereos* – просторовий, *metreo* – вимірюю, буквально вимірювання об'єму). Термін зустрічається вже в Аристотеля.

Сума (латинське *summa* – підсумок, результат). Для позначення суми Лейбніц застосовував знак $\int$ як стилізовану букву S, якою починається слово summa. У 1755 р. Л. Ейлер ввів знак суми $\sum$, як аналог букви S.

Сфера (латинська форма грецького слова *«сфайра»)* – м'яч, куля. Китайський математик Цзу Сянь (V-VI ст.) для обчислислення об'єм кулі, застосував принцип, відомий нині як принцип Кавальєрі. Формулу об'єму кулі наведено у праці Бхаскари (XII ст.).

Таблиця (від латинського *tabula* – дошка, табличка для писання, стіл). Математичні таблиці – сукупність числових значень функції, обчислених для певних значень аргументу і розміщених у певному порядку.

Тангенс (латинське *tangens* – відрізок дотичної;той, що торкається). Туркменський учений ал-Хабаш ал-Хасіб (тобто, обчислювач) перший увів поняття тангенса і котангенса через відношення сторін прямокутного трикутника. В Європі тангенси відкрив Т. Брадвардін (XIV ст.), не підозрюючи, що таблиці тангенсів було складено ще у IX ст. Він назвав тангенс – *umbra versa* – обернена тінь. Термін «тангенс» ввів датський математик Т. Фінке (1583), який став загальноприйнятим у XVII ст. Графік тангенса побудував Р. Котс (1722). Вперше знаки тангенса для кутів різних квадрантів і період функції (1705)встановив Ланьї. Позначення *tgx* стало загальновживаним завдяки Ейлеру.

Теорема (грецьке *θεωρημα* – видовище, вистава, *θεωρεω* –придивляюсь, спостерігаю). Як математичний термін, зустрічається вже в Архімеда в розумінні «істина, яка доступна спогляданню».

Точка (від латинського дієслова *punctum* – ткнути, доторкаюсь). Звідси походить і медичний термін «пункція».

Трапеція (латинська форма грецького *трапедзіон* – столик). Від цього ж кореня походить слово «трапеза» (грецьке – стіл). У Вавилоні трапецію називали «чоло бика». У сучасному змісті термін зустрічається в грецького вченого Прокла. Твердження про те, що середня лінія трапеції дорівнює півсумі основ, було відоме стародавнім єгиптянам (II ст.. до н. е.)

Тригонометрія (від грецьких *trigonon* – трикутник, *metreo* – міряю, буквально вимірювання трикутників). Як наука, з'явилася задовго до нашої ери. Розвиток тригонометрії тісно пов'язаний з потребами астрономії. Перші тригонометричні таблиці хорд були складені старогрецьким астрономом-математиком Гіпархом (II ст.. до н. е.). В Європі першим розглядати тригонометрію як самостійну науку став в середині XV ст. Регіомонтан. Термін вперше зустрічається в праці німецького математика Б. Пітіскуса (1595).

Факторіал (англ. *factorial*, від *factor* – множник; від латинського factor – той, що робить, виробляє). Термін ввів французький вчений Л. Арбогаст (1800), а позначення n! – німецький математик Х. Крамп (1808). Однак Рада Лондонського математичного товариства лише в у 1916 р. рекомендувала прийняти позначення n! (були й пропозиції читати його: «n-захоплення»).

Формула (латинське *formula* **–** форма, правило, спосіб). Спочатку термін мав геометричний зміст і означав «норма, схема, зразок, правило, за яким що-небудь виконується». Пізніше – це значення, записаного за допомогою математичних знаків певного правила, де зазначено, в якій послідовності треба виконувати операції над даними величинами, щоб знайти значення шуканої величини. Формула може бути також коротким записом певної теореми.

Хорда (грецьке *chorde* – струна). У сучасному змісті термін введено європейськими математиками XII-XIII ст. Теореми про залежність між хордами та їх відстанню від центра викладені ще в «Началах» Евкліда.

Центр (грецьке *χεντρον* – вістря, гострий кінець палиці, якою підганяли биків, пізніше – ніжка циркуля, а потім і точка, яку ця ніжка відмічала). Цим терміном Евклід називав центр кола і сфери, а Архімед – центр еліпса.

Циліндр (від грецького *кулíндрос* – валик). Термін має технічне походження. Як математичний термін зустрічається в Евкліда, Аристарха.

Циркуль (латинське *circulus* – коло, круг, обвід) – прилад для креслення кіл, їх дуг застосовували ще стародавні вавилоняни і ассирійці. Старогрецькі математики циркуль і лінійку вважали основними приладами для геометричних побудов.

Література

1. Александрова Н. В. История математических определений, понятий, обозначений: Словарь-справочник / Н. В. Александрова. – СПб.: ЛКИ, 2008. – 248 с.

2. Баран О. І. Математичні мініатюри / О. І. Баран. – К.: Ленвіт, 2007. – 508 с.

3. Балк М. Б. Реальные применения мнимых чисел/М. Б. Балк, Г. Д. Балк, А. А. Полухин. – К.: Рад. шк., 1988. – 255с.

4. Бевз В. Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – Х.: Основа, 2006. – 144с.

5. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів / В. Г. Бевз. – К.: НПУ ім. Драгоманова, 2005. – 360 с.

6. Бевз Г. П. Математика в школах України / Г. П. Бевз.–К.: Пед. преса, 2009.–160с.

7. Бевз Г. П. Методика викладання математики /Г. П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.

8. Бородін О.І. Біографічний словник діячів у галузі математики / О. І. Бородін, А.С. Бугай. – К.: Радянська школа, 1973. – 552 с.

8. Боголюбов А. Н. Математики. Механики. Биографический справочник (Отв. ред. И. Гихман) /А.Н. Боголюбов. – К.: Наукова думка, 1983. – 638 с.

10. Брадис В. М. Ошибки в математических рассуждениях. Пособие для учителей / В.М. Брадис, В.Л. Миньковский, А.К. Харчёва.– М.: Просвещение,1967. – 191с.

11. Борхес Х. Л. Жуткие зеркала (Пер. В.Кулагина-Ярцева) /Х. Л. Борхес. – СПб.: «Коллекция», «Северо-Запад», 1992.– 362 с.

12. Бугай А. С. Короткий тлумачний математичний словник / А. С. Бугай. –К.: Рад. школа, 1964. – 428 с.

13. Василенко О. О. Між алгеброю й гармонією / О.О. Василенко. – Х.: Основа, 2009. – 112 с. (Б-ка журн. «Математика в школах україни»; Вип. 1(73)).

14. Вирченко Н. А. Математика в афоризмах, цитатах і висловлюваннях / Н. А. Вирченко. – К.: Вища школа, 1974. – 210 с.

15. Вірченко Н. О. Про красу і творчість у математиці / Н. О. Вірченко //Матматика. – 1999. – № 20. – с. 5-6.

16. Винер Н. Я – математик. Изд. второе. Сокр. перевод с английского Ю. Родман. / Н. Винер.–М.: Наука, 1967. – 354 с.

17. Верн Жюль. Таинственный остров / Жюль Верн. – К.: Веселка. – 1987. – 558с.

18. Вишня Остап. Твори в чотирьох томах. Том 3, 4 / Остап Вишня. – К.: Дніпро, 1989.

19. Воєвода А. Л. Я люблю математику (математичний вечір для учнів 10–11 кл.) / А. Л.Воєвода. // Математика в школі. № 11-12, 2011. – С. 27-30.

20. Гете Й-В. Твори. Пер. з нім. / Й.-В.Гете. – К.: Молодь.– 1969. – 507 с.

21. Глейзер Г. И. История математики в школе. 7-8 кл. Пос. для учит. / Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1982.– 240с.

22. Германович П. Ю. Математичні вікторини. З досвіду роботи / П. Ю. Германович. – К.: Рад. шк., 1967. – 96с.

23. Грекова И. «Кафедра»/ И. Грекова. – М.: АСТ Астрель, 2003. – 512 с.

24. Гуревич Р. С. Теорія і практика навчання в професійно-технічних закладах: Монографія / Р. С. Гуревич. – Вінниця: ДОВ «Вінниця», 2008. – 410 с.

25. Дюма О. Три мушкетери. Пер. з фр. Р. Терещенка / О. Дюма. – К.: Веселка, 1982. – 614с.

26. История отечественной математики. В 4-х т / Под ред. И. Штокало. – К.: Наукова думка, 1967. – Т. 1 – 4.

27. Карпушкна Наталья. Перечитывая «Алису…» /Наталья Карпушкина. //Наука и жизнь. № 7,8, 2010.

28. Карпушкна Наталья. Мюнхаузен нигде не пропадёт /Наталья Карпушкина. //Наука и жизнь. № 7, 8, 2011.

29. Клюйков С. Ф. Числа і пізнання світу / С.Ф.Клюйков. − Маріуполь: Поліграфічний центр газети «ІнформМеню», 1997. − 112 с.

30. Коба В. І. Позакласна робота з математики / В. І. Коба, О. О. Хмура. – К.: Рад. школа, 1968. – 376 с.

31. Конфорович А. Г. Визначні математичні задачі / А. Г. Конфорович. – К.: Рад. школа, 1981 – 189с.

32. Конфорович А. Г. Добрий день, Архімеде! (Цікаві задачі, ігри та головоломки) / А. Г.Конфорович – К.: Молодь, 1988. – 152 с.

33. Конфорович А. Г. У пошуках інтеграла / А. Г. Конфорович. – К.: Рад. школа, 1990. – 259с.

34. Кордемский Б. А. Математическая смекалка / Б. А Кордемский. – М.: Физматгиз, 1963. – 568с.

35. Кордемский Б. А. Увлечь школьников математикой. (Материал для клас. и внеклас. занятий) / Б. А. Кордемский. – М.: Просвещение, 1981. – 112с.

36. Костевська Л. Основні поняття теорії ймовірностей: питання випадковості та ймовірності в романі М. Булгакова «Майстер і Маргарита» /Л. Костевська, М. Костирко. /Математика, березень (№10), 2008, – С.1-5.

37. Котов А. .Я. Вечера занимательной математики /А. Я. Котов. М.:-Просвещение, 1967. - 184с.

38. Кушнір І. Математична енциклопедія / І. Кушнір. – К.: Терра, 1995. – 569с.

39. Лёвшин В. Новые рассказы Рассеянного Магистра/В. Лёвшин, – М.:Дет. лит, 1987. – 176 с.

40. Лондон Дж. Маленькая хазяйка Большого дома / Дж. Лондон. – М.: Правда, 1984. – 576 с.

41. Математична хрестоматія. Алгебра і початки аналізу / За ред. проф. М. І. Кованцова. – К.: Рад. школа, 1977. – 216с.

42. Нагибин Ф. Ф. Математическая шкатулка: пос. для учащ. / Ф. Ф. Нагибин, Е. С. Канин. - 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1984. – 160с.

43. Олехник С.Н. Старинные занимательные задачи / С. Н. Олехник, Ю. В. Нестеренко, М. К. Потапов. – М.: Наука, 1988. – 160 с.

44. Перельман Я. И. Занимательная геометрия. / Я. И. Перельман. – М.: АСТ, 2006. – 480 с.

45. Пойя Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойя. – М.: Наука, 1975. – 463 с.

46. Пушкін О. С. Євгеній Онєгін (рос. і укр. мовами). Пер. М. Рильського / О. С. Пушкін. – К.: Успіх і кар'єра, 2008. – 312 с.

47. Прус А. В., Швець В. О. Збірник задач з методики навчання математики / А. В. Прус, В. О. Швець. – Житомир: «Рута», 2011. – 388с.

48. Свіфт Дж. Мандри Лемюеля Гулівера /Дж. Свіфт. – К.: Веселка, 1976.– 246с.

49. Стахов А. П. Под знаком «Золотого сечения»/А. П.Стахов.– Винница: ИТИ, 2003. – 384с.

50. Сухарева Л. С. Дидактичні ігри на уроках математики. 7–9 кл. / Л. С. Сухарева. – Х.: Основа, 2006. – 144с. – (Б-ка журн. «Математика в школах України» Вип.12 (48)).

51. Толстой Л. Н. Война и мир. Т.3 / Л. Н. Толстой. – М.: Правда. – 1987. – 400 с.

52. Успенский В. А. Предварение для читателей «Нового литературного обозрения» к семиотическим посланиям Андрея Николаевича Колмогорова /В. А. Успенский. // Новое литературное обозрение. – 1997. – № 24.

53. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе: Учителю математики о пед. психологии / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

54. Хинчин А. Я. Педагогические статьи (Под ред. Б. В. Гнеденко) /А. Я. Хинчин. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1963. – 204 с.

55. Хмара Т. М. Навчання учнів математичної мови / Т. М.Хмара.- К.: Рад. шк., 1985. – 95с.

56. Цікаві бувальщини. /Зібр. й упоряд. І. Артемчук та Г. Григор'єв. – К.: Дніпро, 1974. – 257 с.

57. Черватюк О. Г. Елементи цікавої математики /О. Г. Черватюк, Г. Д. Шиманська. – К.: Рад. шк., 1968. – 202 с.

58. Чехов А. П. Полное собрание сочинений и писем в 30-ти томах. Т.1 /А. П. Чехов. – М.: «Наука», 1983. – 403с.

59. Шляхами математики: Хрестоматія для учнів 5-9 кл. / Упоряд. Т. Хмара. – К.: Пед. преса, 1999.– 195 с. – (Б-ка вчителя та учня).- Дод. до журн. «Математика в школі».

60. Шмелёв И.П. Феномен Древнего Египта /И. П. Шмелёв. – Минск: Лотаць, 1993.– 64 с.

61. Энциклопедия «Исчезнувшие цивилизации». Затерянный мир майя (Пер. с англ. Н Усовой) – М.: ТЕРРА, 1997. – 168 с.

62. Энциклопедия «Математика» /А. Н. Колмогоров. Математика.- М: БСЭ, 2004. – 846 с.