

УДК 517.97

**С. М. Бак**, канд. фіз.-мат. наук

Вінницький державний педагогічний університет  
імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця

### ПРО ІСНУВАННЯ БІЖУЧИХ ХВИЛЬ В СИСТЕМАХ ТИПУ ФЕРМІ-ПАСТИ-УЛАМА НА ДВОВИМІРНІЙ ҐРАТЦІ

Розглядається система типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці. Нехай  $q_{n,m}(t)$  – координата  $(n, m)$ -ї частинки в момент часу  $t$ . Передбачається, що кожна частинка нелінійно взаємодіє з чотирма своїми найближчими сусідами. Тоді рівняння руху системи, що розглядається, мають вигляд

$$\ddot{q}_{n,m} = W_1'(q_{n+1,m} - q_{n,m}) - W_1'(q_{n,m} - q_{n-1,m}) + \\ + W_2'(q_{n,m+1} - q_{n,m}) - W_2'(q_{n,m} - q_{n,m-1}), (n, m) \in \mathbb{Z}^2. \quad (1)$$

В статтях [1; 2; 5; 6; 10; 13] вивчались біжучі хвилі в системах осциляторів, в [4; 7; 8; 9; 12] – в дискретних рівняннях типу синус-Гордона, а в [3; 11; 14; 15] – в системах типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці.

Зазначимо, що біжуча хвиля у цьому випадку має вигляд  $q_{n,m}(t) = u(ncos\varphi + msin\varphi - ct)$  і для її профілю  $u(s)$ , де  $s = ncos\varphi + msin\varphi - ct$ , рівняння (1) набуде вигляду

$$c^2 u''(s) = W_1'(u(s + cos\varphi) - u(s)) - W_1'(u(s) - u(s - cos\varphi)) + \\ + W_2'(u(s + sin\varphi) - u(s)) - W_2'(u(s) - u(s - sin\varphi)). \quad (2)$$

За допомогою варіаційного підходу одержано умови існування періодичних і відокремлених біжучих хвиль для системи (1).

#### Список використаних джерел:

1. Бак С.Н. Бегущие волны в системах осцилляторов на двумерных решетках / С.Н. Бак, А.А. Панков // Український математичний вісник. – 2010. – Т. 7, №2. – С. 154-175.
2. Бак С.М. Існування відокремлених біжучих хвиль для системи нелінійно зв'язаних осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Український математичний журнал. – 2017. – Т. 69, №4. – С. 435-444.

3. Бак С.М. Існування періодичних біжучих хвиль в системі Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичні студії. – 2012. – Т. 37, №1. – С. 76-88.
4. Бак С. М. Періодичні біжучі хвилі в дискретному рівнянні  $\sin$ -Гордона на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. – 2013. – Вип. 9. – С. 5–10.
5. Бак С.М. Існування дозвукових періодичних біжучих хвиль в системі нелінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. – 2014. – Вип. 10. – С. 17-23.
6. Бак С.М. Існування надзвукових періодичних біжучих хвиль в системі нелінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. – 2015. – Вип. 12. – С. 5-12.
7. Бак С.М. Існування гетероклінічних біжучих хвиль у системі осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2014. – Т. 57, №3. – С. 45-52.
8. Bak S.M. Existence of heteroclinic traveling waves in a system of oscillators on a two-dimensional lattice / S.M Bak // Journal of Mathematical Sciences. – 2016. – Vol. 217, №2 (August). – P. 187-197.
9. Bak S. The existence of heteroclinic traveling waves in the discrete sine-Gordon equation with nonlinear interaction on a 2D-lattice / S. Bak // Journal of mathematical physics, analysis, geometry. – 2018. – Vol. 14, №1. – P. 16-26.
10. Bak S.M. Existence of solitary traveling wave in a system of nonlinearly coupled oscillators on the 2D lattice / S.M Bak // Ukrainian mathematical Journal. – 2017. – Vol. 4 (69). – P. 509-520.
11. Bak S.M. Existence of solitary traveling waves in Fermi-Pasta-Ulam system on 2D lattice / S.M. Bak, G.M Kovtonyuk // Matematychni Studii. – 2018. – Vol. 50, №1. – P. 75-87.
12. Bak S. M. Homoclinic traveling waves in discrete sine-Gordon equation with nonlinear interaction on 2D lattice / S.M Bak // Matematychni Studii. – 2019. – Vol. 52, № 2. – P. 176-184.
13. Feckan M. Traveling waves in Hamiltonian systems on 2D lattices with nearest neighbour interactions / M. Feckan, V. Rothos // Nonlinearity. – 2007. – Vol. 20. – P. 319-341.
14. Friesecke G., Matthies K.. Geometric solitary waves in a 2D mass-spring lattice / G. Friesecke, K. Matthies // Discrete and continuous dynamical systems. – 2003. – Vol. 3, №1 (February). – P. 105-114.
15. Srikanth P. On periodic motions of two-dimensional lattices / P. Srikanth // Functional analysis with current applications in science, technology and industry. – 1998. – Vol. 377. – P. 118-122.