Рис. 4. Тематична виставка з математики

Висновки. Очікуваними результатами при застосуванні просвітницької діяльності є: прищеплення учням інтересу до навчальних і наукових досліджень; збагачення творчих можливостей учнів на основі формування їхнього досвіду; набуття навичок застосування різних методів у вивченні учнями предметів шкільної програми; освоєння вчителем просвітницького підходу до розкриття змісту шкільної програми з навчального предмету, до розподілу часу на вивчення окремих тем і розділів програмного матеріалу, до установлення міжпредметних зв'язків, до вибору доцільної методики організації просвітницької діяльності учнів.

Список використаних джерел:

1. Застосування дослідницьких методів до вивчення математики: веб-сайт. URL: http://shkola.ostriv.in.ua/ publication/code-7AF11A6EFD3AF/list-B65BB05F26 (дата звернення 20.04.2020).
2. Виступ з досвіду роботи на тему: «Актуальність вивчення математики»: веб-сайт. URL: https://vseosvita.ua/ library/vistup-z-dosvidu-roboti-na-temu-aktualnist-vivcenna-matematiki-170414.html (дата звернення 20.04.2020).
3. Паспорт кабінету математики. URL: https://naurok.com.ua/pasport-kabinetu-matematiki-88621.html (дата звернення 19.04.2020).
4. Оформлення кабінету математики в школі. Основні вимоги. URL: http://elib.org.ua/pedagogics/ua_readme/ .php?subaction=showfull&id=1564465087&archive=&start_from=&ucat=& (дата звернення 21.04.2020).
5. Оснащення кабінету математики. URL: https://narodna-pravda.ua/2019/05/14/osnashhennya-kabinetu-matematyky-dlya-shkil/ (дата звернення 20.04.2020).

EDUCATIONAL ACTIVITY IN THE MODERN CLASSROOM OF MATHEMATICS

Abstract. *This article discusses the relevance of educational activities in the classroom of mathematics and its impact on the intellectual development of the child.*

Keywords: *educational activities, educational event, office of mathematics, educational materials, abstract thinking.*

Інна Паняннчук

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МАЛОГО ПАРАМЕТРУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАНІ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Анотація. *Стаття присвячена застосуванню малого параметра для розв'язувань систем диференціальних рівнянь, а саме: наведені короткі історичні відомості щодо історії розвитку асимптотичного методу при розв'язанні систем диференціальних рівнянь; розглянута задача про нескінченні системи диференціальних рівнянь і наведені теореми про існування формального розв'язку для цієї задачі.*

Ключові слова: *асимптотичні методи, диференціальні рівняння, малий параметр, асимптотичний розв'язок.*

Ідея асимптотичного подання розв'язків диференціальних рівнянь зародилася ще в 1836-1838-х роках в працях Ліувілля. Ним вперше були отримані асимптотичні формули для розв'язування рівнянь другого порядку типу

$$\frac{d^2y}{dx^2} + [\lambda g(x) - r(x)]y = 0, \tag{1}$$

де λ - великий параметр, а згодом і для рівнянь вищих порядків.

Завдяки важливості питання асимптотичного подання розв'язків диференціальних рівнянь для задач математичної фізики ця теорія після робіт Ліувілля стала швидко розвиватися. Зокрема, французький математик А. Пуанкаре (1854-1912) в своїх працях систематизував і значно розвинув ідею асимптотичних методів в теорії диференціальних рівнянь.

З великим успіхом асимптотичний метод використовувався в працях російського вченого В.А. Стеклова, зокрема в праці "Задача про охолодження неоднорідного твердого тіла" (1896).

Згодом з'явилась теорія Шлезінгера-Біркгоффа-Тамаркіна, яка стосувалась звичайних однорідних лінійних диференціальних рівнянь. Необхідно було узагальнити теорію асимптотичного подання розв'язків на неоднорідні диференціальні рівняння. Це зробили Фаулер і Локк в 1920-1921-х роках.

В 1936 році з'явилась робота В.І. Тржитзинського, де автор дав повний виклад стану питання про асимптотичне подання розв'язків звичайних лінійних диференціальних рівнянь.

У подальшому, зокрема у монографії М.М. Крилова і М.М. Боголюбова "Введение в нелинейную механику" (1937), дано систематичний виклад теорії асимптотичних методів. Загальний алгоритм, який називають методом усереднення Крилова-Боголюбова, знайшов широке застосування в теорії нелінійних коливань. Базуючись на цьому методі, Митропольський Ю.А. створив свій метод, який дозволив йому досліджувати нестаціонарні коливальні процеси в системах з однією і багатьма степенями вільності.

Під впливом асимптотичних методів Крилова-Боголюбова-Митропольського в 50-60-х роках XX століття починається систематичне вивчення диференціальних рівнянь з повільно змінними коефіцієнтами.

У 1948-1949 роках С.Ф. Фещенком запропонований метод асимптотичного подання розв'язків диференціальних рівнянь другого порядку виду

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \varepsilon p(\tau,\varepsilon)\frac{dy}{dt} + q(\tau,\varepsilon)y = \varepsilon f(\tau,\varepsilon)\cdot e^{i\theta(\tau,\varepsilon)}, \tag{2}$$

в якому $p(\tau,\varepsilon), q(\tau,\varepsilon), f(\tau,\varepsilon) -$ функції "повільного" часу $\tau = \varepsilon t$, де $\varepsilon > 0 -$ малий параметр. [7]

Пізніше С.Ф. Фещенко провів дослідження для системи диференціальних рівнянь виду

$$A(\tau,\varepsilon)\frac{d^2x}{dt^2} + \varepsilon C(\tau,\varepsilon)\frac{dx}{dt} + B(\tau,\varepsilon)x = F(\tau,\varepsilon)e^{i\theta(\tau,\varepsilon)}, \tag{3}$$

де $A(\tau,\varepsilon), B(\tau,\varepsilon), C(\tau,\varepsilon) -$ дійсні квадратні матриці, а $F(\tau,\varepsilon) -$ n-мірний вектор, які подано формальними степеневими рядами. При цьому передбачалось, що вільні члени $A_0(\tau), B_0(\tau), C_0(\tau)$ в цих розкладах є симетричні матриці. Така досить сильна вимога була знята пізніше в роботах М.І. Шкіля та його учнів З. Шаманова, І.М. Конета та інших.

У 1955 році С.Ф Фещенко довів досить важливі теореми, які відносяться до розщеплення системи лінійних диференціальних рівнянь виду

$$\frac{dx}{dt} = A(\tau,\varepsilon)x \quad (4)$$

де $x - n -$ мірний вектор, $A(\tau,\varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s A_s(\tau)$, $\tau = \varepsilon t$, де $\varepsilon > 0 -$ малий параметр [7].

Великий науковий доробок в галузі асимптотичних методів інтегрування диференціальних рівнянь та їх систем належить М. І. Шкілю (понад 250 праць, серед яких 8 монографій). М. І. Шкіль створив наукову школу з теорії диференціальних рівнянь, яка розробляє методи побудови асимптотичних розв'язків диференціальних, інтегро-диференціальних рівнянь та їх систем. У роботі школи беруть участь викладачі, аспіранти, студенти.

Зокрема Шкіль М.І. досліджуував лінійні системи другого порядку з нестабільним спектром типу

$$\varepsilon^{2h} \frac{d^2x}{dt^2} = \widetilde{A}(t,\varepsilon)x, \quad (5)$$

де $x(t,\varepsilon) -$ шуканий n-вимірний вектор, $\widetilde{A}(t,\varepsilon) - n \times n -$ матриця, яка розкладається у збіжний ряд за степенями дійсного малого параметра $\varepsilon > 0$: $\widetilde{A}(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \widetilde{A}_k(t)$; $h \geq 1 -$ раціональне число, $t \in [0;L]$, $L < \infty$. [8].

Питання про асимптотичні розв'язки системи (5) теж всебічно вивчене у випадку сталого спектру матриці $\widetilde{A}(t,0)$ у працях Фещенка С.Ф., Шкіля М.І, Яковця В.П. у припущенні, що коефіцієнти $\widetilde{A}_k(t)$, $k = 0,1,2,...,$ є нескінченно диференційовними на проміжку $[0;L]$.

Також Шкіль М.І. розглядав системи виду

$$\begin{aligned} &\varepsilon^h \frac{dx}{dt} = A(t,\varepsilon)x, \\ &\varepsilon^h \frac{dx}{dt} = A(t,\varepsilon)x + f(t,\varepsilon)\exp\left(ie^{-h}\theta(t)\right), \end{aligned} \quad (6)$$

де $A(t,\varepsilon)$, $f(t,\varepsilon) -$ дійсна $n \times n -$ матриця та вектор-функція, що зображаються степеневими рядами $A(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k A_k(t)$, $f(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k f_k(t)$; $x(t,\varepsilon) -$ шуканий n-вимірний вектор , $\varepsilon > 0 -$ дійсний малий параметр, $\theta(t) -$ дійсна скалярна функція, $0 < h \in Q$, $t \in [0;L]$.

Питання побудови асимптотики розв'язку даних систем вивчене ним раніше у випадку збереження сталої кратності на проміжку $[0;L]$ коренями характеристичного рівняння $\det\|\lambda E - A_0(t)\| = 0$, де $E -$ одинична матриця. У своїй роботі він сформулював результати досліджень цих систем з точками повороту.

Проблема асимптотичного подання розв'язків систем диференціальних рівнянь розглядається в працях багатьох вчених.

Тому в нашому дослідження ми розглянемо в нескінченому просторі m рівномірно обмежених і одностайно неперервних функціональних послідовностей однорідну систему диференціальних рівнянь 2-го порядку

$$\varepsilon^{\frac{p}{q}} \frac{d^2x}{d\tau^2} + A(\tau,\varepsilon)x = 0, \quad (7)$$

де $x(\tau,\varepsilon)$ – шуканий нескінченомірний вектор, $A(\tau,\varepsilon)$ – дійсна нескінчена матриця, елементами якої є дійсні функції дійсної змінної, $\tau \in [0,L]$, ε – малий дійсний параметр $(0 < \varepsilon \le \varepsilon_0)$, p і q – взаємно прості натуральні числа, причому $q \ne 1$.

Будемо шукати розв'язок системи (7) в просторі m, який задовольняє початковим умовам

$$x(\tau,\varepsilon)\big|_{\tau=0} = x_0,\ x_0 \in m. \tag{8}$$

Відносно коефіцієнтів рівняння (7) припустимо, що

1). Матрицю $A(\tau,\varepsilon)$ можна подати у вигляді ряду:

$$A(\tau,\varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s A_s(\tau), \tag{9}$$

2). $A_0(\tau) = diag\{\lambda_1(\tau), \lambda_2(\tau), \ldots\},\ \lambda_j(\tau) \ne \lambda_k(\tau),\ j \ne k,\ j,k = 1,2,\ldots$ $\quad(10)$

3). Матриці $A_s = \left\| a_{s,j,k}(\tau) \right\|_{j,k=1}^{\infty},\ s = 0,1,2,\ldots,\ m = 0,1,2,\ldots,n$ нескінченне число разів диференційовні на $[0,L]$.

4).Ряди $\dfrac{d^s a_j(\tau,\varepsilon)}{d\tau^s} = \sum\limits_{l=1}^{\infty} \dfrac{d^s |a_{jl}(\tau,\varepsilon)|}{d\tau^s}$ збігаються рівномірно $\forall \tau \in [0,L],\ s = 0,1,\ldots,\ m = 0,1,\ldots,n.$

5). $\left| \dfrac{d^s a_j(\tau,\varepsilon)}{d\tau^s} \right| \le \gamma_s,\ \forall j = 0,1,2,\ldots.$

6). $|\lambda_j(\tau) - \lambda_1(\tau)| \ge d > 0,\ \forall j = 2,3,\ldots$

За допомогою підстановки $\mu = \varepsilon^{\frac{1}{2q}}$ або $\varepsilon = \mu^{2q}$ систему диференціальних рівнянь (7) зводимо до вигляду

$$\mu^{2p} \frac{d^2 x}{d\tau^2} + A(\tau, \mu^{2q}) x = 0, \tag{11}$$

де $A(\tau,\mu^{2q}) = A_0(\tau) + \sum\limits_{s=1}^{\infty} \mu^{2qs} A_s(\tau),$ $\quad(12)$

яку і будемо в подальшому досліджувати.

Якщо ввести заміну

$$\begin{aligned} y_{2k-1} &= x_k, \\ y_{2k} &= \frac{dx_k}{d\tau},\ k = 1,2,\ldots, \end{aligned} \tag{13}$$

то зчисленну систему диференціальних рівнянь (11) другого порядку можна звести до зчисленної системи диференціальних рівнянь першого порядку

$$\mu^{2p} \frac{dy}{d\tau} = B(\tau,\mu^{2q}) y, \tag{14}$$

де $y = colon\{y_1, y_2, \ldots\},\ B(\tau,\mu)$ – зчисленна матриця.

Тоді така система рівнянь задовольняє умовам теореми існування і єдиності. Отже, через задану точку $(\tau_0, x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots)$ області H проходить єдиний розв'язок $v(\tau,\mu) = \{v_1(\tau,\mu), v_2(\tau,\mu), \ldots\}$ даної системи, причому цей розв'язок є обмежений, одностайно неперервний відносно τ і μ і відносно своїх початкових значень.

Далі, для нашої зчисленної системи диференціальних рівнянь розглянемо так звану “укорочену” систему

$$\begin{cases} \mu^{2p}\dfrac{dy_1}{d\tau} = b_{11}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_1 + b_{12}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_2 + \ldots + b_{1,2n}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_{2n}, \\ \mu^{2p}\dfrac{dy_2}{d\tau} = b_{21}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_1 + b_{22}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_2 + \ldots + b_{2,2n}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_{2n}, \\ \ldots \\ \mu^{2p}\dfrac{dy_{2n}}{d\tau} = b_{2n,1}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_1 + b_{2n,2}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_2 + \ldots + b_{2n,2n}\left(\tau, \mu^{2q}\right)y_{2n}, \end{cases} \tag{15}$$

яка отримується з (14), якщо прирівняти до нуля всі шукані функції, починаючи з $(2n+1)-$ої, і відкинути всі рівняння, починаючи з $(2n+1)-$го.

Нехай $y(\tau,\mu) = \{y_{1,2n}(\tau,\mu), y_{2,2n}(\tau,\mu), \ldots, y_{2n,2n}(\tau,\mu)\}$–розв’язок “укороченої” системи диференціальних рівнянь $(2.1.9)$, який задовольняє початкову умову: при $\tau = \tau_0$ маємо точку. $\left(y_1^{(0)}, \ldots, y_{2n}^{(0)}\right)$ Тоді згідно відомих теорем О.С.Жаутикова [2-3] розв’язок “укороченої” системи рівнянь задовольняє умову $\lim\limits_{n\to\infty} y_{s,2n}(\tau,\mu) = y_s(\tau,\mu),\ s = 1,2,\ldots,2n,$, або $\forall \varepsilon > 0\ \exists n_0, \forall n > n_0$ і $\forall \tau \in [0; L]$ виконується нерівність

$$\left| y_{s,2n}(\tau,\mu) - y_s(\tau,\mu) \right| < \varepsilon,\ s = 1,2,\ldots,2n,$$

причому граничний перехід є рівномірним по τ. А до “укороченої” системи, яка є системою $2n$ рівнянь з $2n$ невідомими, можна застосувати теорію, розроблену в працях Шкіля М.І., Мейлієва Т.К., тобто знайти формальний розв’язок та встановити його асимптотичний характер.

Розглянувши вище описану задачу, можна прийти до наступних теорем, які допоможуть довести існування формального розв’язку для системи (11):

ТЕОРЕМА 1. Якщо виконуються умови 1)–6) пункту 2.1, то у випадку $p < q$ існує формальний частинний розв’язок системи (11), який можна подати у вигляді

$$x(\tau,\mu) = u(\tau,\mu)\exp\left(i\mu^{-p} \int_0^\tau \sqrt{\lambda_1(\tau)}d\tau \right),$$

де $u(\tau,\mu) = \sum\limits_{s=0}^{\infty} \mu^s u_s(\tau)$.

ТЕОТЕМА 2. Якщо виконуються умови 1)-6) пункту 2.1, то у випадку $p < q$ існує формальний частинний розв’язок системи (11), який можна подати у вигляді

$$x(\tau,\mu) = u(\tau,\mu)\exp\left(i\mu^{-p} \int_0^\tau \sqrt{\lambda_1(\tau)}d\tau \right),$$

де $u(\tau,\mu) = \sum\limits_{s=0}^{\infty} \mu^s u_s(\tau)$.

Список використаних джерел

1. Валеев К.Г., Жаутыков О.А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука, 1974. – 413 с.
2. Жаутыков О.С. О счетной системе дифференциальных уравнений, содержащих переменный параметр.// УМЖ, 1958, т.49(91), №13, с.317-330.
3. Жаутыков О.С. Решение краевой задачи для бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений . // УМЖ, 1960, т. 12. – с. 157-164.

4. Коддінгтон Є.А., Левінсон Н. Теорія звичайних диференціальних рівнянь. М.: ІІЛ, 1958. 474 с.
5. Ковтонюк М.М. Асимптотичні формули для розв'язків нескінченних систем лінійних диференціальних рівнянь: дис…кандидата фізико-математичних наук: 01.01.02 / Ковтонюк Мар'яна Михайлівна. – Київ, 1985. – 120 с.
6. Фещенко С.Ф., Шкиль Н.И., Николенко Л.Д. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений. – К.: Наукова думка, 1966. – 252 с.
7. Фещенко С.Ф., Шкиль Н.И., Николенко Л.Д. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений. – К.: Наукова думка, 1966. – 252 с.
8. Шкіль М.І., Рашевський М.О. Асимптотичне інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь при наявності точок повороту. – Доповіді НАН України , 1998, №8. – с. 46-50.

APPLICATION OF THE SMALL PARAMETER METHOD IN THE SOLUTION OF SYSTEMS OF *DIFFERENTIAL EQUATIONS*

Abstract. *The article is devoted to the use of a small parameter for solving systems of differential equations, namely: brief historical information on the history of the development of an asymptotic method for solving systems of differential equations; the problem of infinite systems of differential equations is considered and theorems on the existence of a formal solution for this problem are given.*

Keywords: *asymptotic methods, differential equations, small parameter, asymptotic solution.*

Вікторія Пластовець

ПРО ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ ТА ШЛЯХИ ЇХ ВИРІШЕННЯ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ У ШКОЛІ

Анотація. *У даній статті досліджено ставлення учнів до математики та наводяться результати дослідження про рівень знань учнів з математики. Розглянуто основні причини виникнення проблем під час вивчення математики у школі. Наведено деякі найефективніші і актуальні поради щодо вирішення цієї проблеми та представлені приклади до них.*

Ключові слова: *математика, дослідження PISA, практичне застосування, експеримент, точні науки, математична компетенція.*

Постановка проблеми. Математика повинна бути в житті кожної дитини, любов до неї потрібно виховувати з самого дитинства, щоб надалі їй було легше вивчати точні науки. Адже вивчення математики сприяє формуванню в учнів логічного мислення, уяви, охайності, вчить їх грамотно формулювати і оформлювати свої судження, приймати рішення в умовах неповної, точної, надлишкової та ймовірнісної інформації. Тому залишається актуальною проблема вивчення математики під час навчання у школі.

Мета цієї статті полягає в тому, щоб виявити основні причини виникнення проблем із вивченням математики та з'ясувати можливі шляхи їх вирішення.

Виклад основного матеріалу. Після проходження педагогічної практики у школі я побачила, що тільки 10-15 % учнів з класу були зацікавлені математикою, приблизно 30 % намагались щось зрозуміти, а решті було зовсім не цікаво. Мені стало цікаво чому так відбувається і виявилось, що ця проблема є досить поширеною по всіх класах і школах.

Щороку йде тенденція до того, що стає все менше і менше дітей, які захоплюються математикою у школі. На сьогоднішній день, в дослідженні PISA взяли участь 5998 учнів віком 15-16,5 років. PISA встановлює 6 рівнів математичної грамотності**.** На найвищому, шостому, рівні учні здатні узагальнювати інформацію на основі власних досліджень, моделювати складні ситуації, розробляти нові підходи для розв'язування нестандартних задач. Вони можуть точно формулювати свої висновки та аргументи, обґрунтовувати власні дії. На найнижчому, першому, рівні учні відповідають на чітко сформульовані завдання, в яких наведено всю необхідну інформацію і які стосуються добре відомих їм